mathe-lmu.de

Nr. 7 Januar 2003

Förderverein Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V.

Karriere: Der Weltraum zum Greifen nah - Seite 18

Brillante Beweise - Seite 22

Liebe Leserinnen und Leser,

nach dem Mathe-Examen schwerelos schweben über den Niederungen dieser Welt – nun, gar so dick sollten wir wohl doch nicht auftragen!

Und dennoch: Wir haben das Titelbild nicht getürkt! Es zeigt unsere Absolventin Renate Brümmer während eines Schwerelosigkeitstrainings im Rahmen ihrer Ausbildung zur Astronautin. Dabei wurde in einem NASA-Flugzeug KC135 ein Sturzflug auf einer perfekten Parabelbahn geflogen. Renate Brümmers ungewöhnlicher Karrierebericht auf Seite 18 wird Ihnen sicher Spaß machen.

Zu Luftsprüngen anderer Art war den Verantwortlichen des Instituts im Oktober zumute, haben doch unsere Anfängerzahlen wieder das Niveau früherer Höhenflüge erreicht – die eher bedrückende himmlische Ruhe vergangener Jahre ist einem munteren irdischen Treiben auf unseren Fluren und in unseren Hörsälen gewichen.

Unter diesen guten Vorzeichen hoffen wir auf ein erfolgreiches Jahr 2003

Heinrich Steinlein
im Namen des Redaktionsteams

Vereinsnachrichten

Besonders zu erwähnen ist hier sicherlich die personelle und finanzielle Unterstützung des Fördervereins für den „Tag der Mathematik“ im Juli und das „Probestudium Mathematik“ im September letzten Jahres. So konnte der Verein mit dem Maria-Theresia-Gymnasium München zum Beispiel die beste am „Tag der Mathematik“ teilnehmende Schule auszeichnen; für die ehrenamtliche Mitarbeit vieler Vereinsmitglieder möchte ich mich herzlich bedanken.

Wir freuen uns, dass unsere Vereinszeitung mit interessanten, kurzweiligen und vielleicht manchmal auch heiteren Informationen rund um die Mathematik und das Mathematische Institut in allen Bereichen wieder auf so positive Resonanz gestoßen ist, und hoffen auch mit dieser Ausgabe wieder auf Ihr Interesse. Leider ist es in letzter Zeit infolge stark beschnittener Werbeetats für nahezu alle Printmedien sehr schwierig, ihre Finanzierung zu sichern, was natürlich auch bei unserer Zeitung spürbar wird. Sollten Sie Interesse an einer Insertion in einer der nächsten Ausgaben haben, setzen Sie sich bitte mit Bernhard Emmer, Email: emmer@lmu.de, Tel. (089) 2180-4485 in Verbindung.

Am 21. Januar 2003 um 13.10 Uhr begrüßen wir Vertreter der dmc-group, einer mittelständischen Unternehmensberatung, im Rahmen

Impressum	**mathe-lmu.de**
Herausgeber	Förderverein Mathematik in Wirtschaft, Universität und Schule an der Ludwig-Maximilians-Universität München e.V., Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39, 80333 München fmwus@mathematik.uni-muenchen.de.
ViSdP	Heinrich Steinlein, Mathematisches Institut, Universität München, Theresienstr. 39 80333 München, Tel. 2180-4448 steinl@mathematik.uni-muenchen.de
Redaktion	Bernhard Emmer, Erwin Schörner, Katharina Schüller, Heinrich Steinlein, Helmut Zöschinger
Auflage	5000
Layout	Gerhard Koehler, München kws@koehler-werbe-service.de
Druck	Siller Offsetdruck, Künzelsau

Die Redaktion bedankt sich bei den Firmen, die mit ihren Anzeigen die Herausgabe dieser Zeitung ermöglichten. Wir bitten die Leser um freundliche Beachtung der Anzeigen.

unserer Vortragsreihe „Attraktive Mathematikerkarrieren in der Wirtschaft“. Mathematiker aus der Wirtschaft stellen hier ihr Unternehmen, ihre Tätigkeit, ihren Werdegang und ihre Perspektiven vor. Es bietet sich also die Gelegenheit, sich direkt zu informieren und in ungezwungener Atmosphäre Kontakte zu knüpfen. Studierende aus den mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultäten sind hierzu herzlich eingeladen. Für das leibliche Wohl ist gesorgt.

Um die Mathematik-Plattform, die unser Verein bietet, weiter zu stärken, wurden kurz vor Weihnachten gut 3000 ehemalige Studierende unseres Hauses angeschrieben. Wir hoffen auf umfangreiche Rückmeldung. Sollten Sie als ehemalige Absolventin oder ehemaliger Absolvent keine Nachricht erhalten haben, wären wir um kurze Rückmeldung dankbar (am besten per Email unter fmwus@mathematik.uni-muenchen.de oder per Telefon: (089) 2180-4485).

Voraussichtlich Mitte April findet unsere Mitgliederversammlung statt, zu der wir gesondert einladen werden.

Besondere Erwähnung verdient aber insbesondere unsere neue

Kompetenz-Akademie Mathematik.

Aufgrund diverser Anfragen von Einzelpersonen, aber auch von Unternehmen zu mathematischen Fragestellungen hinter aktuellen Themenbereichen haben wir uns entschlossen, hierfür eine Weiterbildungsseminarreihe ins Leben zu rufen. Geplant sind Seminare unterschiedlichen Umfangs (einige Stunden bis zu einigen Tagen, z.T. in modularem Aufbau) zu vorerst folgenden Themen:

- Mobilfunk
- Statistik – richtig angewandt
- Datamining
- Spiel- und Entscheidungstheorie

Sie sollen ab Mai 2003 starten und richten sich an mit diesen Themen befasste Personenkreise, teilweise besonders an Entscheidungsträger in diesen Bereichen. Eine überschaubare Teilnehmerzahl (maximal 15 Personen pro Seminar) unterstützt dabei interaktives und konstruktives Arbeiten. Die Seminare können zumeist auch als In-door-Veranstaltungen mit flexibler Termingestaltung gebucht werden. Seminarleiter sind in der Regel Mathematiker aus der Praxis, die sich anwendungsorientiert mit diesen Problematiken beschäftigen und Erfahrungen aus diesem Bereich vorweisen können. So ist sichergestellt, dass die Seminare auf die Fragestellungen und Bedürfnisse der Zielgruppen ausgerichtet sind. Detaillierte Informationen wie die genauen Titel, detaillierte Inhalte, genaue Zielgruppen und Termine finden Sie im Internet unter:

www.kompetenzakademie-mathematik.de

Dabei ist auch Raum für eine flexible, interaktive Auswahl und Gestaltung der Inhalte. Sollten Sie Interesse an weiteren Themenbereichen haben, bitten wir um Kontaktaufnahme mit:
Bernhard Emmer
Vorstand im Förderverein und Geschäftsführer des Mathematischen Instituts der LMU
Email: emmer@lmu.de,
Tel. (089) 2180-4485.

Wir freuen uns auf eine sicherlich fruchtbare Zusammenarbeit.

Bernhard Emmer

P.S. Sollten Sie Interesse an früheren Ausgaben von *mathe-lmu.de* haben: Von den Heften 4 bis 6 können wir Ihnen noch Restexemplare zur Verfügung stellen, Heft 6 finden Sie auch auf unserer Homepage unter

www.mathematik.uni-muenchen.de/~fmwus

Mathematik am Samstag

Samstag, den 8.2.2003, 14.15 - 15.30 Uhr

Prof. Dr. Bodo Pareigis: Wahlen sind undemokratisch - aus der Sicht der Mathematik

George Bush hatte 560000 Stimmen weniger als Al Gore und ist Präsident der USA geworden. Was kann alles bei Wahlen falsch laufen? Gibt es faire Wahlen? Schon die Festlegung der Sitze in Parlamenten gemäß der Zahl der ausgezählten Stimmen ist nach Ansicht der Mathematiker und der Verfassungsgerichte sehr problematisch. Hierüber und über andere mathematische Fallen bei Mehrheitsentscheidungen möchte ich einen Überblick geben.

Samstag, den 22.2.2003, 14.15 - 15.30 Uhr

Prof. Dr. Matthias Felleisen: Lambda Lambada und andere Tänze mit Funktionen

Programmieren ist die Kunst, Abstraktionen zu erkennen und zu realisieren. Eine Abstraktion ist im Grunde nichts als eine Funktion. Da Funktionen also eine solch kritische Rolle in der Informatik und im Programmieren spielen, muss die Studie der fundamentalen Eigenschaften von Funktionen eine hohe Priorität haben. Mein Vortrag wird den Lambda-Kalkül vorstellen, einige seiner Prinzipien und ihre Anwendung auf die Webprogrammierung.

Samstag, den 15.3.2003, 14.15 - 15.30 Uhr

Priv.-Doz. Dr. Peter Schauenburg: Die Dreiteilung des Winkels ohne Zirkel und Lineal

Winkel halbieren und Quadrate verdoppeln kann jeder, aber es ist nachweislich unmöglich, nur mit Zirkel und Lineal beliebige Winkel zu dritteln oder das Volumen eines Würfels zu verdoppeln. Es geht aber doch, und sogar ohne Zirkel und Lineal, nur mit Origami. Wie geht's? Warum geht's nicht? Wie kann beides stimmen?

Samstag, den 29.3.2003, 14.15 - 15.30 Uhr

Prof. Dr. Frank Loose: Krümmung und Gravitation

Vom Schulwissen brechen wir auf zu drei großen Naturwissenschaftlern: Einerseits Newtons Gravitationstheorie zu Beginn, dann auf der anderen Seite die intrinsische Krümmung einer Fläche nach C.F. Gauß. Mathematik und Physik finden schließlich zusammen in A. Einsteins Grundgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie, in denen Gravitation und Krümmung einander entsprechen.

Nach allen Vorträgen gibt es Getränke und Gebäck

Mathematisches Institut der LMU München, Theresienstraße 39, Hörsaal E5

Berichte aus dem Mathematischen Institut

Studentenzahlen Wer nach dem gewaltigen Anstieg der Anfängerzahlen in den vergangenen zwei Jahren mit einer ruhigeren Entwicklung gerechnet hatte, erlebte eine sehr positive Überraschung: Die Zunahme setzte sich in gleichem Umfang fort, und damit liegen die Anfängerzahlen beim Diplom wieder auf dem Niveau der Spitzenwerte der Jahre 1985 bis 1990. Die aktuellen Werte sind (zum Vergleich die Vorjahreszahlen in Klammern):

Diplom Mathematik	74	(57)
Diplom Wirtschaftsmathematik	85	(57)
Lehramt an Gymnasien	64	(43)
Lehramt nichtvertieft	33	(35)
Internationaler Masterstudiengang	11	(15)

Finanzen Die höchst erfreuliche Entwicklung der Anfängerzahlen in der Mathematik und auch in der Physik hat zu einer beträchtlichen Erhöhung der finanziellen Belastung im Bereich der Betreuung und Korrektur von Übungen durch studentische Hilfskräfte geführt, ohne dass dem Institut hierfür bisher eine entsprechende Anpassung der Mittel zugesagt wurde. Der Übungsbetrieb kann trotz Vorgriffs auf den gesamten Etat für 2003 in diesem Semester bisher nur in einem um ca. 20 % reduzierten Umfang durchgeführt werden; ein normaler Übungsbetrieb im Sommersemester wird nur möglich sein, wenn dem Antrag des Instituts auf zusätzliche Mittel in Höhe von 115.000 Euro stattgegeben wird.
Der reguläre Etat für Hilfskräfte blieb in den letzten 10 Jahren im Wesentlichen unverändert. Der Übungsbetrieb war auch in den vergangenen Jahren nur dank diverser Sondermittel und äußerst sparsamer Dotierung der Hilfskraftverträge aufrechtzuerhalten.

Berufungen In den Berufungsverfahren für die Lehrstühle im Schwerpunkt „Analysis und Numerik“ (Nachfolge Hämmerlin) bzw. für Topologie (Nachfolge Kellerer) sind die Rufe ergangen an die Erstplatzierten Prof. Dr. Laszlo Erdös (Georgia Institute of Technology) und Prof. Dr. Bernhard Leeb (Universität Tübingen). Die Berufungsverhandlungen sind noch nicht abgeschlossen.
Beim Lehrstuhl für Angewandte Mathematik (Nachfolge Gänßler) haben die Vorstellungsvorträge stattgefunden. Derzeit werden die Gutachten eingeholt. Es ist beabsichtigt, noch in diesem Semester eine Berufungsliste dem Fachbereichsrat und dem Universitätssenat vorzulegen.
Im Wiederzuweisungsverfahren zum Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik wünscht die Universitätsleitung eine Anpassung der Ausschreibung an die Situation, die durch die Neueinführung des gymnasialen Schulfaches Informatik und den dadurch erforderlichen Neuaufbau einer Informatik-Didaktik entstanden ist.

Personalien Herrn Privatdozent Dr. Peter Schauenburg wurde ein Heisenberg-Stipendium verliehen. Herr Privatdozent Dr. Uwe Semmelmann hat seit 1. Oktober 2002 eine Junior-Professur an der Universität Hamburg inne.
Am 1. Oktober 2002 trat Herr Dr. Erwin Schörner die Stelle eines Akademischen Rates an. Seine Aufgabe ist insbesondere die Betreuung der fachlichen Ausbildung im nichtvertieften Lehramtsstudiengang.

Tag der Mathematik Der Tag der Mathematik am 6. Juli 2002 hatte derart großen Zuspruch – mehr als 1300 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 5 bis 10 nahmen daran teil –, dass es besonderer organisatorischer Anstrengungen der Mitarbeiter des Lehrstuhls für Didaktik der Mathematik und der Münchener Bezirksfachgruppe im Bayerischen

Philologenverband um Frau Ulrike Schätz bedurfte, den Ansturm zu bewältigen. Sehr großen Anklang fand der liebevoll gestaltete Bericht in der Abendschau des Bayerischen Fernsehens. Auf Seite 8 haben wir einige Bilder von dieser begeistert aufgenommenen Veranstaltung zusammengestellt. Eine Neuauflage ist geplant für den 5. Juli 2003.

Tag der Fakultät Der letztjährige Tag der Fakultät am 19. Juli 2002 stand im Zeichen zweier bedeutender Jubiläen: Herr Dr. Karl-August Keil, vielen bekannt insbesondere als (Mit-)Autor mehrerer Mathematik-Lehrbücher fürs Gymnasium, wurde anlässlich seiner Goldenen Promotion geehrt. Anschließend konnte dem Senior des Mathematischen Instituts Herrn Prof. Dr. Karl Seebach zu seinem kürzlich begangenen 90. Geburtstag gratuliert werden. Den Festvortrag hielt Herr Prof. Martin Hofmann, Ph.D. vom Institut für Informatik über „Komplexitätstheorie und Programmiersprachen“. Den krönenden Abschluss bildete wie immer die Ehrung unserer Absolventen des vergangenen Studienjahres.

Dekan Prof. Dr. Helmut Schwichtenberg mit Herrn Dr. Karl-August Keil

Probestudium Mit ca. 130 Teilnehmern noch besser besucht als in den Vorjahren war das Probestudium in der letzten Woche der Sommerferien. Das Thema war diesmal „Wege - Bäume - Flüsse. Ein Ausflug in die Welt der Graphen und Fraktale“.

Inzwischen kann schon die Ankündigung für das nächste Probestudium im Internet eingesehen werden (www.mathematik.uni-muenchen.de/lmu-mathe-sommer).

Kooperation mit der TU München Auf Drängen des Wissenschaftsministeriums hat ein gemeinsamer Arbeitskreis unseres Mathematischen Instituts und der Fakultät für Mathematik der TU München einen Entwurf für eine Vereinbarung zur Kooperationsplanung erarbeitet, welche die Zusammenarbeit in Lehre, Information der Studierenden, Öffentlichkeitsarbeit etc. verstärken soll.

Evaluation Gut drei Jahre nach der ersten Evaluation des Mathematischen Instituts ist eine neuerliche Evaluation in Vorbereitung. Aus diesem Anlass wird derzeit ein Bericht über Forschung und Lehre im Zeitraum 1999 bis 2002 zusammengestellt.

Tag der Mathematik mit über 1300 Schülern am 6. Juli 2002

Der neue Universitätsrektor Prof. Dr. Bernd Huber verteilt die Siegerpreise

Die Initiatorin Frau Studiendirektorin Ulrike Schätz

Prof. Dr. Kai Cieliebak

Constantin Carathéodory-Hörsaal

Unserem „E 51“, dem größten Hörsaal des Mathematischen Instituts, wurde in einer Feierstunde am 30. Oktober 2002 der Name „Constantin-Carathéodory-Hörsaal“ verliehen. Professor Carathéodory (1873 - 1950) lehrte von 1924 bis zu seiner Emeritierung 1938 an unserem Institut. Das Mathematische Institut durfte zu dieser Veranstaltung den Generalkonsul von Griechenland Herrn Andreas Papastavrou, den Bischöflichen Vikar in Bayern der Griechisch-Orthodoxen Metropolie von Deutschland Herrn Apostolos Malamoussis und ganz besonders Frau Despina Rodopoulou-Carathéodory, Tochter von Constantin Carathéodory, begrüßen.

Zur Namensgebung hielt Frau Rodopoulou-Carathéodory folgende kurze Ansprache:

Herr Andreas Papastavrou,
Generalkonsul von Griechenland

Liebe Freunde und Bewunderer von
Constantin Carathéodory,

im Namen meines Vaters möchte ich mich bedanken für die große Ehre, die ihm heute zuteil wird.

Vor fast 80 Jahren wurde er nach München berufen, und er wirkte hier bis zu seinem Tode im Jahr 1950. Ich bin hier zur Schule gegangen und habe am humanistischen Luisen-Gymnasium Abitur gemacht.

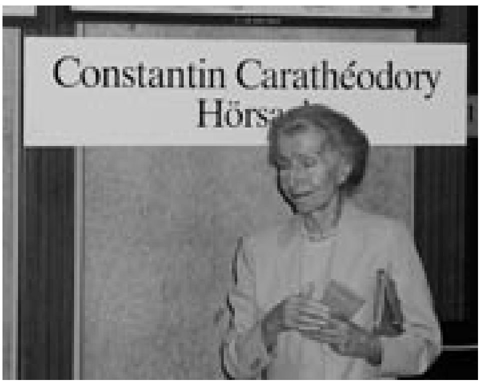
Zu Hause merkten mein Bruder und ich gar nicht, was für ein bedeutender Mann mein Vater war. Er gab sich sehr einfach, ging oft mit uns spazieren. Da meine Mutter nicht gerne reiste, nahm er mich, als ich größer war, mit zu mathematischen Kongressen. Ich lernte viele Mathematiker kennen, unter ihnen Elie und Henri Cartan, die mich beeindruckten.

Wie ich hörte, haben auch später Mathematiker der Universität München mit Henri Cartan zusammengearbeitet.

Möge der Name meines Vaters weiterhin Ansporn für die mathematische Forschung und Lehre an der Ludwig-Maximilians-Universität sein.

In diesem Sinne erhält der Hörsaal, vor dem wir stehen, den Namen

Constantin Carathéodory-Hörsaal



Frau Despina Rodopoulou-Carathéodory


International Ocean Institute
Dalhousie University
1226 LeMarchant Street
Halifax, N.S. B3H 3P7
Canada

January 25, 2002

Nachklang

Ein wunderschönes Ereignis sollte man nicht einfach mitnehmen und dann abhaken; viel größer ist doch der Genuss, wenn man es noch lange nachwirken lässt.

Zur Hommage an Alfred Pringsheim am 5. November 2000 im Alten Rathaus der Stadt München – wir berichteten in Heft 3 von mathe-lmu.de über diese Gedenkveranstaltung anlässlich des 150. Geburtstages – lieferten die damaligen Vortragenden Frau Dr. Daniela Rippl vom Kulturreferat der Stadt München und Herr Professor Fritsch eine ausführliche Nachbereitung: In ihrer im Band 22 der Schriften der Sudetendeutschen Akademie der Wissenschaften und Künste erschienenen überaus lesenswerten Vortragszusammenfassung schildern sie sehr anschaulich Leben, Werk und Verdienste dieses bedeutenden Hochschullehrers, Musikliebhabers, Förderers von Richard Wagner, Kunstsammlers und Schwiegervaters von Thomas Mann.

Herr Fritsch sandte Sonderdrucke dieses Artikels an Pringsheims Urenkelinnen und Urenkel sowie an die durch ihre dokumentarischen Beiträge zur Fernseh-Trilogie über ihren Vater Thomas Mann vielen bekannt gewordene Enkelin Elisabeth Mann Borgese. Ihren reizenden Antwortbrief, gerade 14 Tage vor ihrem völlig unerwarteten Tod am 8. Februar 2002 verfasst, dürfen wir nachfolgend abdrucken:

Sehr verehrter Herr Professor Fritsch,

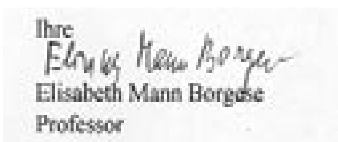
herzlichen Dank für die Übersendung des Sonderdrucks über meinen Großvater Alfred Pringsheim. Das ist eine wunderschöne Arbeit. Ich habe das Büchlein ganz und mit großer Freude gelesen und die Illustrationen bewundert.

Ich kann mich natürlich genau an meinen Großvater erinnern; er hat auch viel mit mir geschäkert, und die Liebe für die Mathematik wie auch für die Musik im Allgemeinen, und besonders für Richard Wagner, hatten wir gemeinsam. Er hat mich oft abends ins Konzert mitgenommen.

Bei seinem 80sten Geburtstag in Nidden erklomm er die höchste Wanderdüne, was allgemein bewundert wurde. Am Abend gab es ein Feuerwerk, was allerdings sehr bescheiden ausfiel, von der Dorfjugend jedoch aufgeregt bewundert wurde. Mein Vater machte sich darüber einige Gewissensbisse. Ach, die armen Kinder, sagte er: Die meinen, nun hätten sie ein Feuerwerk gesehen!

Meine Großmutter Offi hat auch uns, den „Kleinen“, d.h. meinem Bruder Michael und mir, den ganzen Oliver Twist vorgelesen, als wir den Keuchhusten hatten. Unvergesslich hat sie gelesen und die einzelnen Personen mit ihrer Stimme charakterisiert!

Nochmals: Vielen Dank!


Ihre
Elisabeth Mann Borgese
Elisabeth Mann Borgese
Professor

Eine Sommerschule für Schüler

Braunschweig, Grovesmühle, Steinmühle, Gaesdonck, Rostock und Roßleben – quer über das Land findet jedes Jahr im Sommer die Schülerakademie statt. Hinter dieser Sommerschule für Schüler der elften und zwölften Jahrgangsstufe stecken zwei Ideen. Zum einen wird interessierten und motivierten Schülern die Gelegenheit geboten, sich weit über die Möglichkeiten der Schule hinaus in ein geisteswissenschaftliches oder naturwissenschaftliches Thema einzuarbeiten. Zum anderen kann man in den fast drei Wochen der Akademie viele Freunde mit gleichen Interessen finden.

Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer kommen aus der ganzen Republik und aus deutschen Schulen weltweit. Da es jedes Jahr nur 700 Plätze gibt, darf jede Schule höchstens eine Schülerin oder einen Schüler vorschlagen. Unter diesen werden die Akademieplätze ausgelost.

Jede Akademie an ihrem Ort bietet ein Programm aus sechs Kursen. Sie reichen von der Mathematik und Physik über Wirtschaftswissenschaften bis zur Philosophie und Politik. Die Teilnehmer können bei der Bewerbung aus dem Angebot einen Kurs auswählen, der dann für die gesamte Dauer zum festen Programm wird. Darüber hinaus gibt es für alle einen übergreifenden Musikkurs und noch Zeit für Sport und viele Freizeitaktivitäten.

Zusammen mit Pascal Vogt habe ich einen Kurs über diskrete stochastische Prozesse angeboten. Der Kurs begann mit einer Einführung in die Stochastik auf diskreten Räumen. Anschließend wurden Markov-Prozesse vorgestellt und zum Abschluss des Kurses wurde die Rekurrenz und Transienz einer symmetrischen Irrfahrt auf einem Gitter untersucht.

Die Kursteilnehmer waren hochmotiviert und haben sich tapfer geschlagen. Neben der Menge des Stoffes war auch die von der Schule her ungewohnte Arbeitsweise zu bewältigen. Im Kurs und in der ganzen Akademie kam sehr schnell eine anregende Atmosphäre auf, die alle ansteckte. Wir als Kursleiter waren von der Akademie sehr begeistert. Im Winter werden wir ein kurzes Nachtreffen veranstalten und im nächsten Jahr einen Kurs mit dem Thema Maßtheorie anbieten. Insbesondere soll es über das Bestimmen der Größe einer Menge gehen. Mehr Informationen zu unserem Kurs in Roßleben 2002 finden Sie unter www.gsf.de/ibb/homepages/martin/ und zum Veranstalter Verein Bildung und Begabung e.V. unter www.bildung-und-begabung.de.

Andreas Martin

Was tut der Studiendekan?

Seit der Änderung des Bayerischen Hochschulgesetzes im Jahr 1998 gibt es Studiendekane an den Fakultäten der Universität. „Der Fachbereichsrat wählt aus dem Kreis der hauptamtlich tätigen Professoren eine für Lehre und Studium beauftragte Person“, eben den Studiendekan. Als Studiendekan unserer Fakultät bin ich also zuständig für Fragen der Lehre und des Studiums in Mathematik, Informatik und (neuerdings) Statistik.

Zuallererst ist der Studiendekan eine Anlaufstelle für Studierende, die ein Problem mit ihrem Studium haben, wie zum Beispiel eine gravierende zeitliche Überschneidung von Vorlesungen, ein zu rauer Umgangston eines Assistenten oder eine Vorlesung, die viele Studenten völlig überfordert. Wer allerdings ein Übungsblatt nicht innerhalb eines halben Nachmittags mühelos lösen kann, sollte deshalb nicht sofort zum Studiendekan gehen, sondern sich erst mal bei erfahrenen Kommilitonen mit der Realität vertraut machen. Und natürlich sind nicht alle Probleme lösbar. Erschwerend kommt hinzu, dass es die ideale Studentin oder den idealen Studenten (die oder der in der Vorlesung stets konzentriert mitdenkt, den Stoff der letzten Stunde sorgfältig durchgearbeitet hat und sich nie lautstark über mehrere Bankreihen hinweg über die Erlebnisse vom Wochenende unterhält) so selten gibt wie den idealen Dozenten (der stets perfekt vorbereitet ist, spannend und anspruchsvoll vorträgt, die Hörer für seinen Stoff begeistert und sich genau in die momentanen Schwierigkeiten der Studenten einfühlen kann).

Neben seiner Funktion als eine Art Ombudsmann muss der Studiendekan nach dem Bayerischen Hochschulgesetz insbesondere darauf hinwirken, dass „das Lehrangebot den Prüfungs- und Studienordnungen entspricht, das Studium in der Regelstudienzeit durchgeführt werden kann und die Studenten angemessen betreut werden“. Gott sei Dank wird er bei dieser Aufgabe nicht allein gelassen. Der Vorstand des Mathematischen Instituts hat eine Lehrkommission eingesetzt mit dem Studiendekan (sofern er Mathematiker ist) als Vorsitzendem. Alle Fragen der Lehre werden in dieser Kommission erörtert. Zur Kommission gehört ein Vertreter der Studierenden, der bzw. die in den letzten Jahren stets auf sehr produktive Weise mitgewirkt hat.

Eine wichtige Aufgabe der Kommission ist die Vorlesungsplanung des nächsten Semesters und der näheren Zukunft. Dabei geht es um ein ausgewogenes Angebot, das neben den absolut notwendigen Vorlesungen genügend viele Spezialvorlesungen und Seminare enthält, um an die aktuelle Forschung heranzuführen. Es wird auch überlegt, wen man am besten bitten sollte, welche Vorlesung zu halten. Schwierig bis unlösbar ist das Problem, ein überschneidungsfreies Vorlesungsangebot zu planen für Haupt- und Nebenfachstudenten und vor allem für Lehramtsstudenten mit mehreren Fächern.

In mehreren Kommissionssitzungen mit Vertretern jeweils der Physik, Informatik und Statistik haben wir Inhaltskataloge von Service-Vorlesungen erarbeitet. Diese Kataloge (bisher Lineare Algebra I, II für Physiker, Lineare Algebra I, II für Informatiker, Analysis I, II für Informatiker) werden an die jeweiligen Dozenten weitergegeben, um eine gewisse inhaltliche Kontinuität dieser Vorlesungen zu erreichen. In Zusammenarbeit mit Herrn Zinth, dem Studiendekan der Physik, gelang es durch die Festlegung auf einen konkreten Inhaltskatalog und die Vorgabe, genügend viele Rechenaufgaben zu stellen, die Lineare Algebra für Physiker 2-semestrig (statt bisher 1-semestrig) mit 4 Stunden Vorlesung und 2 Stunden Übungen verbindlich vorzuschreiben.

Die Einführung neuer Studiengänge (Wirtschafts- und Finanzmathematik, Bioinformatik, Medieninformatik) war begleitet von den üblichen Kinderkrankheiten: Überfrachtung mit zu viel Stoff aller beteiligten Fächer (BWL, Biologie, Chemie, Informatik, Mathematik), der jeweils als unverzichtbares Minimum angesehen wird, zeitliche Überschneidungen, fehlende Grundkenntnisse in speziellen Vorlesungen. Dies ist ein weites Betätigungsfeld auch für den Studiendekan.

Die Anfängerzahlen in der Mathematik steigen wieder deutlich. Für das Mathematische Institut ist es von existentieller Bedeutung, die Studenten der ersten Semester optimal zu betreuen. Deshalb ist es wichtig, den Übungsbetrieb möglichst effizient zu organisieren. Eines der Modelle, das sich in den letzten Jahren auch bei uns mehrfach bewährt hat, und das ich für besonders hilfreich halte, sind Tutorübungen in Gruppen bis zu 30 Personen, bei denen die Studenten ad hoc gestellte und nicht zu umfangreiche Aufgaben selber lösen. Wichtig ist dabei die aktive Mitarbeit der Studenten, die sich im Team beraten können und jederzeit die Hilfe des Tutors in Anspruch nehmen können. In den großen Anfängervorlesungen reicht es in der Regel nicht, wenn die beteiligten Assistenten (und der Dozent) Tutorübungen übernehmen. Es müssen qualifizierte studentische Tutoren gefunden und vor allem bezahlt werden. Das nicht ausreichend vorhandene Geld für Korrektoren und Tutoren ist eines der Themen, die das Institut und den Studiendekan ständig beschäftigen.

Der Studiendekan organisiert die studentische Evaluation der Vorlesungen. Wir verwenden einen Fragebogen, der spezifisch auf unsere Fakultät zugeschnitten ist und der vor Jahren gemeinsam mit Studenten in langen Diskussionen aufgestellt wurde. Die Ergebnisse der Umfrage soll jeder Dozent öffentlich in seiner Vorlesung besprechen, am bestem durch Projektion einer Zusammenfassung der ausgewerteten Zahlen.

Eine der wirklich angenehmen und erfreulichen Aufgaben des Studiendekans ist die Überreichung von Abschlusszeugnissen am Fakultätstag Ende des Sommersemesters, sowie die Auswahl und Verleihung von Buchpreisen an besonders hervorragende Absolventen.

Und was tut der Studiendekan sonst noch? Er widmet sich neben der Lehre der zweiten Hälfte seiner beruflichen Tätigkeit, nämlich der Forschung (in meinem Fall in der Algebra mit Schwerpunkt Quantengruppen und Hopfalgebren). Ich halte es für ein Privileg, beides tun zu können und für beides bezahlt zu werden. Beide Tätigkeiten ergänzen und beeinflussen sich gegenseitig in idealer Weise.

Hans-Jürgen Schneider

Aus der Hand von Wissenschaftsminister Hans Zehetmair erhielt Herr Prof. Dr. Hans-Jürgen Schneider einen der letztjährigen Preise für gute Lehre. Rechts im Bild LMU-Prorektor Dr. Werner Schubö.

Der Lehrplan Mathematik am Gymnasium

Etwa zehn Jahre nach Veröffentlichung der bisher gültigen Lehrpläne wurden im Laufe der letzten beiden Jahre für alle Fächer neue Lehrpläne für das Gymnasium in Bayern erarbeitet. Es ist geplant, im Schuljahr 2003/ 2004 den neuen Lehrplan für die Jahrgangsstufe 5 und dann Jahr für Jahr die neuen Lehrpläne für die höheren Jahrgangsstufen einzuführen. Ganz allgemein berücksichtigen die neuen Lehrpläne auch die Veränderungen in der Gesellschaft und die veränderten Erwartungen, die an die Schule und an die Jugendlichen gestellt werden. So hat z.B. die Vermittlung und der Erwerb von Schlüsselqualifikationen und Arbeitsstrategien jetzt ein größeres Gewicht als die Aneignung von Detailwissen.

Neu an diesem Lehrplan ist, dass in jedem Gymnasium gleich welcher Ausbildungsrichtung in den Jahrgangsstufen 5 bis 11 die Fächer Deutsch, Mathematik und 1. Fremdsprache mit insgesamt gleicher Stundenanzahl unterrichtet werden. Dies soll die Gleichwertigkeit, aber auch die besondere Bedeutung dieser drei Fächer als der drei Säulen der gymnasialen Bildung unterstreichen.

Der Lehrplan Mathematik besteht aus dem Fachprofil und den Lehrplänen der Jahrgangsstufen 5 bis 11. In jeder dieser Jahrgangsstufen wird außerdem noch eine Reihe von Themen für fächerübergreifende Projekte vorgestellt. Bei der Bearbeitung eines solchen Projekts lernen die Schüler und Schülerinnen unterschiedliche Arbeitsformen wie etwa Teamarbeit und „Arbeit nicht nur im Klassenzimmer“ kennen; sie suchen und beschaffen Informationen nicht nur aus Schulbüchern, setzen sich mit einem Thema aus verschiedener Sicht auseinander und präsentieren dann ihre Ergebnisse vor Gleichaltrigen.

Im **Fachprofil** werden die Bedeutung der Mathematik als Kulturleistung, aber auch die vielfältigen Anwendungen der Mathematik und der mathematischen Methoden dargestellt. Ziel dabei ist, zu vermitteln, dass Mathematik im Alltag eine bedeutende Rolle spielt und dass auch in Mathematik die Gewinnung von Erkenntnissen auf menschlicher Kreativität beruht.

Zentrale Aufgaben des Mathematikunterrichts jeder Jahrgangsstufe sind

- Kennenlernen mathematischer Gegenstände und Sachverhalte (ausgedrückt in Sprache, Formeln und graphischen Darstellungen)
- Sachgerechtes und präzises Verwenden von Sprache und Fachsprache
- Entwicklung klarer Begriffe; folgerichtige Gedankenführung und Argumentation; Erfassen von Zusammenhängen
- Schulung des Denkens und des Abstraktionsvermögens (Ergebnisse kritisch reflektieren)
- Entwicklung von Denk- und Handlungsstrategien
- Entwicklung des Urteilsvermögens
- Förderung der geistigen Beweglichkeit, der Bereitschaft zu geistiger Auseinandersetzung, des zielstrebigen und sorgfältigen Arbeitens und des Durchhaltevermögens

Ein besonderes Ziel des Mathematikunterrichts ist es, Mathematik möglichst vielen jungen Menschen nahe zu bringen und verständlich zu machen, sie erleben zu lassen, dass es Freude machen kann, sich mit mathematischen Themen zu beschäftigen, und Gespräche über Mathematik anzuregen, auch darüber, dass die Fortschritte und Erkenntnisse in Mathematik die Leistungen von Menschen sind, die oft lange um die Ergebnisse gerungen haben.

Günstig für das Erreichen dieser Ziele ist eine Unterrichtsatmosphäre, die dazu beiträgt, dass sich die Schülerinnen und Schüler von mathematischen Fragestellungen angesprochen fühlen, Neugierde entwickeln und Fragen stellen. Dadurch können im Sinne einer neuen Aufgabenkultur „offene Aufgaben“ gestellt, Aufgaben abgewandelt und unterschiedliche Lösungswege entdeckt werden. Auch Fehler können Anregung zur Diskussion über Variationen von Aufgaben geben. Werden neue Lerninhalte über Jahre hinweg mit bereits bekannten Inhalten verknüpft, so werden diese wiederholt und damit vertieft, wobei der persönliche Lernzuwachs erfahrbar gemacht wird. Das systematische Wiederholen von Lerninhalten und die Anknüpfung neuer Lerninhalte an das Vorwissen der Schüler und Schülerinnen sollen zu „aktivem“ Wissen beitragen und „trägem“ Wissen entgegenwirken. Gleichzeitig kommt der Variation der Unterrichtsmethoden bei der Umsetzung des neuen Lehrplans große Bedeutung zu. „Offene“ Unterrichtsformen, experimentelles Herangehen an Problemstellungen sowie Förderung der Selbstständigkeit und Eigenverantwortlichkeit bei der Beschäftigung der Schülerinnen und Schüler mit Mathematik können wesentlich zum Erreichen der Ziele des Mathematikunterrichts beitragen.

Die Universalität der Mathematik soll den Schülern und Schülerinnen an Hand von verschiedenen Leitideen, die, auf unterschiedlichem kognitivem Niveau dargestellt und vertieft, den Mathematikunterricht am Gymnasium von der Unterstufe bis zum Abitur durchziehen, verdeutlicht werden.

Bezüglich der **Lerninhalte** werden im Mathematikunterricht vier Themenstränge verfolgt und in den verschiedenen Jahrgangsstufen auf ansteigendem Niveau ausgebaut:

- **Zahlen** (Sukzessive Erweiterung des Zahlenbereichs; Eigenschaften von Zahlen; Rechenregeln und Rechengesetze; Alltagsgrößen; Erkennen von Größenordnungen)
- **Funktionen** (Entwicklung des Funktionsbegriffs ausgehend von Diagrammen, Formeln und Termen; Termumformungen und Gleichungslehre; Funktionenvielfalt; Differential- und Integralrechnung)
- **Geometrie** (Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens; ebene und räumliche Grundformen; Lagebeziehungen; Flächen- und Rauminhalte)
- **Stochastik** (Erfassen des Zufalls in Modellen; Entwickeln eines zunehmend abstrakten Wahrscheinlichkeitsbegriffs; Umgehen mit Daten)

Bei der Beschäftigung mit mathematischen Inhalten lernen die Schülerinnen und Schüler mathematische **Arbeitsweisen** kennen und anwenden, die z.T. auch über das Fach hinaus Bedeutung haben:

- Mathematisches Modellieren (den mathematischen Kern eines Sachverhalts erkennen und Zusammenhänge in mathematische Modelle übersetzen)
- Entwicklung klarer Begriffe (Vermutungen und Hypothesen aufstellen; Aussagen verallgemeinern, begründen und beweisen)
- Daten aus Tabellen und graphischen Darstellungen entnehmen, diese interpretieren und beurteilen; eigene Ergebnisse auch graphisch darstellen)
- Zeichnen und konstruieren; Medien sinnvoll einsetzen

Ziel des Mathematikunterrichts am Gymnasium ist es, die Schüler und Schülerinnen für mathematische Fragestellungen zu interessieren, so dass sie sich von mathematischen Inhalten angesprochen fühlen, deren Bedeutung und Anwendungsbezug nachvollziehen können und auch erkennen, dass sie mathematische Denk- und Arbeitsweisen auf anderen Gebieten anwenden können. Sowohl im Hinblick auf die Lerninhalte wie auch auf die mathematischen Arbeitsweisen sollen sich die Schülerinnen und Schüler während ihrer Gymnasialzeit deutlich weiterentwickeln.

Der neue Lehrplan Mathematik ist abstrakter und weniger detailliert als der bisherige. Dies bedeutet, dass die einzelne Lehrkraft durch den Lehrplan weniger „gegängelt“ wird und dass sie dadurch zwar mehr Freiheit, aber auch mehr Verantwortung hat. Insgesamt soll in jeder Jahrgangsstufe etwa ein Drittel der Unterrichtszeit dem Wiederholen, Üben und Wiederaufgreifen von früheren Lerninhalten gewidmet werden. Neu ist auch, dass im Lehrplan jeder Jahrgangsstufe das **Grundwissen** des jeweiligen Jahres genannt ist.

Lerninhalte in den einzelnen Jahrgangsstufen

Unterstufe

Jahrgangsstufe 5
Weiterentwicklung der Zahlvorstellung: Die Grundrechenarten mit (natürlichen und) ganzen Zahlen
Weiterentwicklung geometrischer Grundvorstellungen: Grundkörper und Grundfiguren; achsensymmetrische Figuren
Mathematik im Alltag: Größen; Flächen und Flächenmessung

Jahrgangsstufe 6
Weiterentwicklung der Zahlvorstellung: Die Grundrechenarten mit rationalen Zahlen
Geometrie: Drehsymmetrische Figuren; Netze und Schrägbilder einfacher Prismen
Mathematik im Alltag: Körper und ihr Volumen; Prozentrechnung und Diagramme

Jahrgangsstufe 7
Figurengeometrie: Vom Zeichnen und Beschreiben zum Konstruieren und Begründen; Winkelbetrachtung an Figuren; das Dreieck als Grundfigur (Kongruenz; besondere Dreiecke; besondere Linien und Konstruktionen)
Auf dem Weg von der Zahl zur Funktion – Terme und Gleichungen: Term und Zahl, Term und Abhängigkeit; Umformen von Termen; Lösen von Gleichungen
Mathematik im Alltag: Daten und Mittelwerte, Diagramme und Prozentrechnung

Mittelstufe

Jahrgangsstufe 8
Funktionale Zusammenhänge: Proportionalität; Funktion und Term; lineare Funktionen; lineare Gleichungssysteme; einfache gebrochenrationale Funktionen
Weiterführung der Flächen- und Raummessung: Flächeninhalte geradlinig begrenzter Figuren; Kreis und Zylinder; Strahlensatz und Ähnlichkeit
Stochastik: Laplace-Experimente

Jahrgangsstufe 9
Weiterentwicklung der Zahlvorstellung: Die Menge der reellen Zahlen
Funktionale Zusammenhänge: Graphen quadratischer Funktionen und deren Nullstellen; quadratische Funktionen in Sachzusammenhängen; gemeinsame Punkte von Funktionsgraphen; Erweiterung des Potenzbegriffs
Experimentelle Geometrie: Einsatz dynamischer Geometriesoftware zum Entdecken geometrischer Zusammenhänge z.B. beim Durchführen von Spiegelungen, von Drehungen, von Verschiebungen, von Verkleinerungen und von Vergrößerungen; Aufstellen und Begründen von Vermutungen
Weiterführung der ebenen Geometrie: Das rechtwinklige Dreieck; die Satzgruppe des Pythagoras; Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck
Weiterführung der Raumgeometrie: Pyramide und Kegel
Stochastik: Zusammengesetzte Zufallsexperimente

Jahrgangsstufe 10
Funktionale Zusammenhänge: Exponentielles Wachstum; Logarithmen
Geometrische und funktionale Aspekte der Trigonometrie: Sinus, Kosinus und Tangens am Einheitskreis; Sinus- und Kosinusfunktion; Tangensfunktion

Vertiefen der Funktionenlehre: Überblick über die bisher bekannten Funktionstypen
Geometrie: Die Kreiszahl π; Kreis und Kugel
Stochastik: Zusammengesetzte Zufallsexperimente (Anwendung der Pfadregeln; Bedingte Wahrscheinlichkeit)

Oberstufe

Jahrgangsstufe 11
Die Graphen ganzrationaler Funktionen: Ganzrationale Funktionen: ihre Nullstellen, Vorzeichenbetrachtungen, Verhalten für *x* } G '
Änderungsverhalten von Funktionen: Lokales und globales Differenzieren; die erste Ableitung einer Funktion und ihre Anwendungen
Bestimmen von Ableitungen und Grenzwerten: Begriff der Differenzierbarkeit einer Funktion; Funktion und Ableitungsfunktion; Grenzwertbetrachtungen; Ableitungsregeln; Anwendungen
Koordinatengeometrie im Raum: Darstellung von Punkten, Ebenen und einfachen Körpern im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem; Berechnungen an Körpern; Vektoren
Stochastik: Bernoulli-Experiment und Bernoulli-Kette; Binomialkoeffizienten

In den Jahrgangsstufen 12 und 13 werden die in den Vorjahren erworbenen Kenntnisse und Methoden vertieft und im Sinne einer mathematischen Allgemeinbildung ausgebaut. Die Schüler und Schülerinnen beschäftigen sich sowohl im Fach (früher: Grundkurs) wie im Vertiefungsfach (früher: Leistungskurs) Mathematik mit den Gebieten Analysis, Geometrie und Stochastik. Eine genaue Darstellung der Lerninhalte kann noch nicht erfolgen, da die Arbeit am Lehrplan der Kollegstufe im Fach und im Vertiefungsfach Mathematik derzeit noch nicht abgeschlossen ist.

Ulrike Schätz
Mitglied der Lehrplankommission Mathematik

Ausstellung

Das Mathematische Institut und die Stadtsparkasse München laden ein zu einer Ausstellung künstlerischer Keramiken, deren Thema, Ornament oder Form mathematische Wurzeln haben.
Zu besichtigen ist diese Ausstellung vom 10. April bis 9. Mai in der Hauptstelle der Stadtsparkasse München, Sparkassenstr. 2 zu den üblichen Banköffnungszeiten
Mo, Di, Mi, Fr 8.45 - 16.00
Do 8.45 - 18.00

Mathematisches Institut
der
Ludwig-Maximilians-
Universität München

Ausstellung

www.sskm.de
Stadtsparkasse München

Idee und Organisation:
Gisela-Elisabeth Winkler

Mit der Mathematik von München über Florida nach Colorado und (beinahe) in den Weltraum

Ich mochte Mathematikunterricht immer sehr gerne! Schon als Gymnasiastin des Germeringer Max-Born-Gymnasiums war mir klar, dass ich Mathematik studieren würde. Nicht nur machte mir das Fach selber viel Spaß, ganz besonders genoss ich, wenn ich anderen Kindern seine Geheimnisse beibringen durfte. So fing ich schon als zwölfjährige Gymnasiastin an, Mitschülern Nachhilfestunden zu geben. Und als ich die Schule im Mai 1975 mit einem naturwissenschaftlichen Abitur abschloss, plante ich, Mathematiklehrerin zu werden.

Meine Studentenzeit an der Universität München Im Sommer 1975 erhielt ich die Zusage für einen Studienplatz in Mathematik und Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität. Es war eine große Umstellung: vom kleinen Klassenzimmer im Gymnasium mit etwa zwanzig Mitschülern in eine Lineare Algebra-Vorlesung mit mehr als hundert anderen fremden Studenten im Audimax des alten Uni-Hauptgebäudes! Die Mathematik, die an der Universität gelehrt wurde, hatte anfänglich sehr wenig gemeinsam mit dem mir so vertrauten Gymnasiumfach. Bald lernte ich die ersten Mitstudenten kennen und erfuhr, dass wir alle mit denselben Anfangsschwierigkeiten kämpften. Die Zusammenarbeit in einer Studiengruppe war essentiell für das erfolgreiche Durchlaufen der fünfjährigen Studienzeit. Unsere regelmäßigen Treffen bereiteten uns allen viel Spaß und gleichzeitig konnten die oft schier unlösbaren Übungsaufgaben innerhalb dieser Gruppe gemeistert werden. Nach den ersten zwei Jahren und einem bestandenen Vorexamen wurden die Vorlesungen schon viel mehr zur gewohnten Routine. Das Studium fing an, mir mehr und mehr Spaß zu machen. Professor Steinlein ermöglichte mir eine Hilfskraftstelle. Ich bekam sogar einen Schreibtisch zugewiesen, wodurch mir das Arbeiten im Institut wesentlich erleichtert wurde. In meiner Zulassungsarbeit beschäftigte ich mich mit den Lösungen „Partieller Differentialgleichungen erster Ordnung“. Diese Arbeit wurde am Lehrstuhl von Professor Stein betreut. Im Frühjahr 1981 schloss ich das Studium mit dem ersten Staatsexamen für das Lehramt an den Gymnasien in den Fächern Mathematik und Physik ab. Und natürlich, wie das für Studenten der Uni München so üblich ist, gab es danach ein großes Isarfest mit vielen Freunden zu feiern.

Bewerbung und Studium in den USA Schon ein Jahr vor Studienende fing ich an, mir Gedanken über meine berufliche Karriere zu machen. Das Lehramt am Gymnasium war nicht mehr ganz so attraktiv, besonders weil es zu dieser Zeit sehr viele Bewerber für diesen Berufszweig gab. Ich interessierte mich jetzt sehr für eine weiterführende Ausbildung in Angewandter Mathematik und vor allem auch für Computer Science. Gleichzeitig spielte ich mit dem Gedanken, diese im Ausland zu absolvieren. Zwei Studienfreunde rieten mir, mich doch an einer amerikanischen Universität für ein Aufbaustudium zu bewerben. Genau das machte ich dann auch. Insgesamt bewarb ich mich an fünf verschiedenen Universitäten, welche Angewandte Mathematik oder verwandte Programme anboten. Schon nach kurzer Zeit bekam ich mehrere Zusagen. Offensichtlich war mein Münchner Abschluss in Mathematik und Physik an den amerikanischen Universitäten so anerkannt, dass er mir die Türen zu diesen Instituten öffnete. Die University of Miami offerierte mir einen Studienplatz in Meteorologie mit Schwerpunkt „Numerische Wettervorhersage“, einschließlich eines Stipendiums. Ich zögerte nicht mit meiner Zusage. Und drei Monate später, im August 1981, saß ich schon im Flugzeug auf dem Weg nach Florida.

Mit dem soliden mathematischen Grundwissen von der Uni München war es erstaunlich einfach, die vielen Vorlesungen in Strömungsdynamik und in Numerischer Mathematik zu absolvieren. Außerdem erkannte mir die Uni Miami viele Vorlesungen von München an, so dass die große Anzahl Kurse, welche für das Doktorstudium in Meteorologie vorgeschrieben waren, sehr reduziert wurde. Mit Professor Dr. Rainer Bleck bekam ich einen sehr guten Doktorvater zugeteilt. Er ermöglichte mir von Anfang an, Vorträge auf Konferenzen zu halten und an wissenschaftlichen Projekten mitzuarbeiten. In meinem zweiten Jahr nahm er mich für einen ganzen Sommer mit nach Boulder, im Bundesstaat Colorado gelegen, an das große staatliche Forschungsinstitut NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration). Hier suchte eine Forschungsgruppe nach einem Doktoranden für eine Modellierungsstudie, um den positiven Effekt von neuen Windmessgeräten auf die numerische Wettervorhersage nachzuweisen. Mir gefiel dieses Projekt sehr gut, aber noch besser gefiel mir die Stadt Boulder selbst.

Boulder kuschelt sich buchstäblich an den östlichen Rand der Rocky Mountains. Vor etwa 150 Jahren von Goldgräbern gegründet, liegt die Stadt am Ausgang eines Canyons, der sich durch das zwei- bis dreitausend Meter hohe Vorgebirge der Rockies schneidet. Die Stadt hat etwa 100000 Einwohner und ist Heimat der University of Colorado. Es gibt eine gemütliche Fußgängerzone im Stadtzentrum, viele Cafes, gute Restaurants und fast unbegrenzt viele Möglichkeiten, Sport zu treiben. Und obwohl Boulder 1700 Meter über dem Meeresspiegel liegt, erfährt es erstaunlich milde Winter mit viel Sonnenschein. Es ist das wunderbare Klima und die spezielle alpine Lage, welche die Stadt Boulder als „Outdoor Sportzentrum" weltweit bekannt gemacht haben.

So landete ich also an diesem wunderschönen Fleckchen, mitten im amerikanischen „Wilden Westen" gelegen. Das NOAA-Projekt wurde von der Universität Miami als Promotionsarbeit anerkannt, und so schloss ich im Mai 1986 die Studie erfolgreich mit einem Doktortitel in Meteorologie ab. Danach entschied ich mich, weiterhin in Boulder zu leben und als Wissenschaftlerin bei NOAA zu arbeiten.

Der Weg ins deutsche Astronautenzentrum Im Sommer desselben Jahres sorgte eine Annonce in den großen deutschen Tageszeitungen dafür, dass mein Karriereziel nochmals völlig verändert wurde. Nach zwei erfolgreichen Wissenschaftsmissionen mit deutschen Astronauten an Bord des amerikanischen Space Shuttle unter Leitung des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) wurden in Deutschland Pläne für ein erweitertes Raumfahrtprogramm geschmiedet. Dafür suchte das DLR nach Bewerbern zur Verstärkung des deutschen Astronautenteams. Wichtige Qualifikationen waren unter

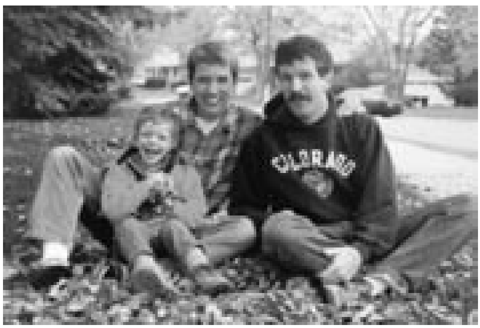
Renate Brümmer
mit dem Raketenpionier Hermann Oberth (1894 - 1989)

anderem eine Universitätsausbildung mit Diplom oder Doktorabschluss, exzellente naturwissenschaftliche Grundkenntnisse, gute englische Sprachkenntnisse, ein gutes Fitnessniveau und sehr gute Gesundheit. Das Ganze klang sehr interessant, und so wurde ich eine von insgesamt etwa 1800 Bewerbern. Die folgenden 12 Monate brachten eine Serie von Fragebogen, tagelange Tests über Naturwissenschaften, Logik, Koordination und Stress, viele medizinische Untersuchungen und Interviews. Meine mathematische und physikalische Grundausbildung war unendlich hilfreich für das Bestehen dieser Tests. Im Sommer 1987 teilte mir das DLR mit, dass ich mich zusammen mit vier Mitbewerbern für das neue deutsche Astronautenteam qualifiziert hatte. Der Beginn des Trainings war für März 1988 festgelegt. Geplant waren mindestens drei Raumflüge, die in den nächsten fünf bis sechs Jahren stattfinden sollten.

Anfang des Jahres 1988 zog ich von Boulder nach Bonn, um mit der Astronautenausbildung zu beginnen. Unser Team wurde auf die so genannte „Zweite Deutsche Weltraummission“ (D-2 Mission) vorbereitet. Dieser Flug (von der NASA „STS-55“ bezeichnet) wurde mit einem speziellen Forschungslabor („Spacelab“) ausgerüstet, mit Einrichtungen für Experimente aus so verschiedenen Gebieten wie Robotik, Festkörperphysik, Strömungsmechanik, Biologie und Medizin. Wir absolvierten detaillierte wissenschaftliche Vorlesungen und mussten jeden Schritt der Weltraumexperimente kennen lernen. Zusätzlich durchliefen wir Ausbildungen als Piloten, Taucher und Funkamateure. Nach mehreren Verschiebungen wurde der endgültige Starttermin unserer Mission auf April 1993 festgelegt. Etwa ein Jahr davor wurde ich als Mitglied der offiziellen Backup Crew nominiert. Zusammen mit einem anderen Kollegen spielte ich während des Shuttlefluges eine Schlüsselrolle im wissenschaftlichen Kontrollzentrum des DLR in Oberpfaffenhofen bei München. Nach 10 Tagen im Weltraum landete das Shuttle wieder in Florida. Wir waren alle sehr stolz auf die hervorragenden wissenschaftlichen Ergebnisse, die mit diesem Flug zurück auf die Erde kamen.

Nach dem D-2 Flug wurde das bemannte Weltraumflugprogramm der BRD aus finanziellen Gründen vorübergehend auf Eis gelegt. So beschloss ich, wieder zurück nach Boulder zu ziehen, wo ich eine Stelle als wissenschaftlicher Manager bei NOAA annahm. Oft schaue ich auf meine sehr vielfältige berufliche Karriere zurück. Sicherlich hatte ich viel Glück bei der Wahl meiner Ausbildungsinstitute und Arbeitsplätze. Aber sicherlich hat auch die Mathematik dazu beigetragen, dass sich so manche große Tür für mich öffnete.

Renate Brümmer



Renate Brümmer mit Ehemann Joseph Maclennan und Tochter Michelle

Exchange Student in Munich

The Mathematics departments of LMU and the University of Alabama at Birmingham in the United States participate in an exchange program for students. This gave me the opportunity to study at LMU for one academic year from September 2001 to July 2002. I have been back in Birmingham for nearly four months now, so I am in a unique position to retrospectively ponder my time abroad.

I did not learn much of the German language, since the classes I took were presented in English and nearly every person in the city of Munich with whom I talked had a stronger desire to speak English than German. I did, however, learn the important words such as Kaffee and Bier.

I also learned important phrases such as Naechste Haltestelle, and Bitte Zurueck Bleiben. It turns out that even those of us with the barest knowledge of the German language, equipped with knowledge of these two phrases and a map of the train network, are quite capable of moving around freely in the city. Of course, this is assuming that one was able to figure out how to obtain a transportation ticket. For a student, it is quite inexpensive. For an international student, the ticket comes at a higher price. It requires that the student matriculate, which requires he obtain student health insurance, which requires he open a bank account, which requires he own a visa, which requires evidence of matriculation! But thanks to a good faith effort by a local bank branch, the circle was broken and I was admitted into the system and permitted to begin my studies in Mathematics.

What an amazing amount of Mathematics I then proceeded to learn! The lectures in Munich are quite different than those in Birmingham. The presentation style in Munich is more formal than that in Birmingham. At times I longed for the more casual style of Birmingham, but now reflecting upon my time in Munich, I appreciate being able to experience the classic formalism of Germany's highest level of education.

From this, there is a lasting memory that serves as an appropriate epitome of this formalism. It is the memory of how the instructors have mastered the four-blackboard system, which is far superior to the primitive single-board setup we have in Birmingham.

The Munich lecturer meticulously cleans the boards with water and dries them with a squeegee. He then proceeds to fill each one with sentence after sentence of rigorous Mathematics. Working left to right, then top to bottom, as though writing the pages of a book, he completely fills the four boards in the first 45 minutes of the lecture. During a short break, he cleans and dries the four boards again, preparing for the second part of the lecture.

Thus eight blackboards are filled and cleaned twice a week for 15 weeks per class per semester. I followed a total of six lectures during the winter and summer semesters. That means I saw a total of 1,440 blackboards filled and cleaned. It is no wonder, therefore, that the most vivid memory of my time in Munich is the memory of the blackboards – more vivid than the memory of the 1,000 meals that I ate, and even more vivid than the memory of the streets of Munich which I saw a mere 900 times.

So when asked about my experiences as an exchange student, I always tell about the friendly people, the excellent public transportation system, and above all, the lectures of German mathematicians using the sophisticated four-blackboard system.

Chad Wilson

Brillanten für das „BUCH der Beweise“

Martin Aigner & Günter M. Ziegler

Das BUCH

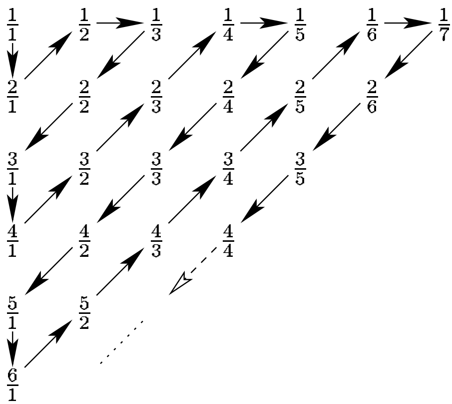
Von dem BUCH gibt es viele verschiedene Varianten und Ausgaben. Die bekannteste Beschreibung stammt wohl von Paul Erdős, einem legendären ungarischen Mathematiker, der 1996 gestorben ist. Erdős erzählte von einem BUCH, das der liebe Gott verwaltet, und in dem die perfekten mathematischen Beweise verzeichnet sind, die brillantesten Ideen und die schönsten Geistesblitze, die zum jeweiligen Problem die ideale Lösung liefern. Erdős meinte auch, dass man als Mathematiker nicht an Gott glauben muss, aber doch an die Existenz des BUCHES.

Nun liegt es in der Natur der Sache, dass wir die Beweise aus dem BUCH nicht kennen — und die sehr subjektive Auswahl von Kandidaten, die wir (auch auf Hinweise von Paul Erdős hin) in [1] veröffentlicht haben, ist weder vollständig noch perfekt. Ganz im Gegenteil: immer wieder haben wir die Freude, auf Verbesserungen hingewiesen zu werden, und auf neue, noch schönere Beweise und Beweisvarianten.

Der vorliegende Aufsatz ist damit eine Einladung zum „Arbeitsbesuch im Elfenbeinturm“, in Form einer Auswahl von (für uns) neuen Beweisen und Ideen. Was wir hier präsentieren, ist sozusagen „Rohmaterial“ für die nächste, erweiterte Auflage von „Das BUCH der Beweise“ [1], wenn sie je kommen sollte. Schon jetzt gilt: das sind hübsche Ideen und Beobachtungen, sie haben uns Freude gemacht — und wir versuchen sie deshalb hiermit weiterzugeben.

1. Besser als Cantor

Die (positiven) rationalen Zahlen sind bekanntlich abzählbar: wir können sie nämlich in der Reihenfolge angeben, die durch das folgende Schema vorgeschlagen wird — wobei wir *Duplikate*, also Zahlen, die schon einmal vorgekommen sind, auslassen:



Damit erhalten wir die Auflistung

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cancel{\frac{2}{2}}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \cancel{\frac{2}{4}}, \cancel{\frac{3}{3}}, \cancel{\frac{4}{2}}, \frac{5}{1}, \ldots$$

Aber es geht doch schöner, systematischer, und ohne Duplikate — den Hinweis auf die folgenden Ideen, aus einer Arbeit von Neil Calkin and Herb Wilf [3], verdanken wir Anders Björner (KTH Stockholm).

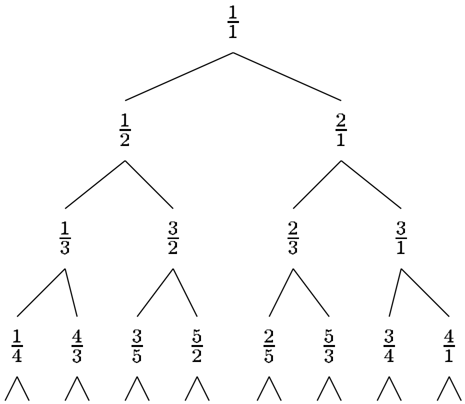
Unsere neue Liste beginnt folgendermaßen:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{2}, \frac{2}{5}, \frac{5}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{1}, \ldots$$

Es fällt auf, dass hier der Nenner jeder Zahl gleich dem Zähler der darauf folgenden Zahl ist. Mit anderen Worten: die n-te Zahl ist der Bruch $\frac{b(n)}{b(n+1)}$ (für $n \geq 0$), wobei $\big(b(n)\big)_{n\geq 0}$ eine Folge ist mit dem Anfang

$$(1,1,2,1,3,2,3,1,4,3,5,2,5,3,4,\ldots).$$

Wie kommen wir nun zu dieser Liste? Dazu betrachten wir den folgenden unendlichen binären Baum:



Das Bildungsgesetz ist sofort abzulesen:

- $\frac{1}{1}$ steht in der Spitze des Baumes.
- Jeder Knoten $\frac{i}{j}$ hat zwei Nachfolger: der linke ist $\frac{i}{i+j}$ und der rechte ist $\frac{i+j}{j}$.

Die folgenden Bedingungen sind nun ganz leicht nachzuprüfen:

1. *Jeder Bruch $\frac{i}{j}$ im Baum ist gekürzt, das heißt i und j sind relativ prim.*

Dies gilt offensichtlich für die Spitze $\frac{1}{1}$, und nun machen wir Induktion nach unten, also nach der „Tiefe" im Baum. Sind i und j relativ prim, so sicherlich auch $\frac{i}{i+j}$ und $\frac{i+j}{j}$.

2. *Jeder gekürzte Bruch kommt im Baum vor.*

Angenommen dies ist falsch, dann nehmen wir unter allen Brüchen $\frac{r}{s}$, die nicht vorkommen, einen mit kleinster Summe $r+s$ von Zähler und Nenner. Falls $r > s$ ist, so kommt aufgrund unserer Annahme $\frac{r-s}{s}$ im Baum vor, aber $\frac{r}{s}$ ist der rechte Nachfolger von $\frac{r-s}{s}$, also kommt $\frac{r}{s}$ doch vor. Und falls $r < s$ ist, so kommt $\frac{r}{s-r}$ vor, und $\frac{r}{s}$ ist der linke Nachfolger von $\frac{r}{s-r}$. Es bleibt also $r = s$, also $\frac{r}{s} = \frac{1}{1}$, und dieser Bruch steht in der Spitze des Baumes.

(Man mag auch beobachten, dass die Zuordnung $\frac{r}{s} \leftrightarrow \frac{s}{r}$ der Spiegelung des Baumes an seiner Symmetrieachse entspricht. Also hätte man sich auf die Betrachtung eines der beiden Fälle $r > s$ und $s > r$ beschränken können …)

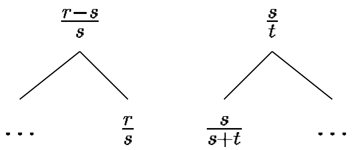
3. *Jeder gekürzte Bruch tritt genau einmal im Baum auf.*

Wir argumentieren wie eben. Sei $\frac{r}{s}$ ein gekürzter Bruch, der mehr als einmal vorkommt, mit minimalem $r+s$. Falls $r > s$ ist, so ist $\frac{r}{s}$ rechter Nachfolger von zwei verschiedenen Knoten, aber diese sind jeweils mit $\frac{r-s}{s}$ bezeichnet, was nach unserer Annahme der Minimalität widerspricht. Und falls $r < s$ ist, so sind die beiden Vorgänger $\frac{r}{s-r}$. Es bleibt der Fall $r = s$, $\frac{r}{s} = \frac{1}{1}$. Aber $\frac{1}{1}$ kann nur in der Spitze auftreten, da jeder andere Knoten von der Form $\frac{i}{i+j}$ bzw. $\frac{i+j}{j}$ ist, also verschieden von 1.

Jede positive rationale Zahl kommt also genau einmal vor, und wir schreiben sie nun in der natürlichsten Form auf: Schicht für Schicht, beginnend mit der Spitze, und innerhalb jeder Schicht von links nach rechts. Dies ergibt genau die Liste, deren Anfang wir oben hingeschrieben haben.

4. *Der Nenner der n-ten Zahl in unserer Liste ist gleich dem Zähler der $(n+1)$-sten Zahl.*

Dies gilt sicherlich für $n = 0$, und falls die n-te Zahl linker Nachfolger eines Knoten ist. Sei nun die n-te Zahl $\frac{r}{s}$ rechter Nachfolger. Falls $\frac{r}{s}$ am rechten Rand des Baumes liegt, so ist $s = 1$ nach dem Bildungsgesetz, und die $(n+1)$-ste Zahl liegt am linken Rand, hat also Zähler 1. Ist schließlich $\frac{r}{s}$ im „Inneren" des Baumes, so ist wie gesehen $\frac{r-s}{s}$ der Vorgänger im Baum. Nach Induktion folgt auf $\frac{r-s}{s}$ in der Liste ein Bruch der Form $\frac{s}{t}$, also folgt auf $\frac{r}{s}$ der Bruch $\frac{s}{s+t}$:



Unsere Liste ist somit, wie angekündigt, von der Form $\left(\frac{f(n)}{f(n+1)}\right)_{n\geq 0}$. Es bleibt noch die naheliegende Frage, ob die Folge $\big(f(n)\big)$ „vernünftig" beschrieben werden kann. Dazu sehen wir uns einen Knoten und seine beiden Nachfolger an. Der n-te Knoten $\frac{f(n)}{f(n+1)}$ hat als Nachfolger $\frac{f(2n+1)}{f(2n+2)}$ bzw. $\frac{f(2n+2)}{f(2n+3)}$. Nach unserem Bildungsgesetz des Baumes bedeutet dies

$$f(2n+1) = f(n) \quad \text{und}$$
$$f(2n+2) = f(n) + f(n+1)$$

für $n \geq 0$.

Mit der Anfangsbedingung $f(0) = 1$ ist die Folge $\big(f(n)\big)$ damit vollständig beschrieben. Aber was noch schöner ist: Die Rekursion liefert auch eine direkte Interpretation der $f(n)$.

Wir wissen, dass jede Zahl n sich in eindeutiger Weise als Summe von verschiedenen Zweierpotenzen darstellen lässt — dies ist die übliche Binärdarstellung. Eine *Hyper-Binärdarstellung* ist eine Darstellung von n als Summe von Zweierpotenzen, in der jede Potenz höchstens zweimal auftritt. Im allgemeinen wird es nun mehrere solche Darstellungen geben. Zum Beispiel

$$\begin{aligned}
&1 = 1,\\
&2 = 2 = 1+1,\\
&3 = 2+1,\\
&4 = 4 = 2+2 = 2+1+1,\\
&5 = 4+1 = 2+2+1,\\
&6 = 4+2 = 4+1+1 = 2+2+1+1.
\end{aligned}$$

Es sei $b(n)$ die Anzahl dieser Hyper-Binärdarstellungen mit $b(0) = 1$. Man überprüft nun leicht, dass die Folge $\big(b(n)\big)$ genau dieselbe Rekursion wie $\big(f(n)\big)$ erfüllt — also haben wir $b(n) = f(n)$ für alle n, und unsere Analyse führt zu folgendem Ergebnis: Sei $\frac{r}{s}$ ein beliebiger gekürzter Bruch, dann gibt es genau ein n mit $r = b(n)$ und $s = b(n+1)$.

Damit sind wir am Ende — aber eigentlich geht es jetzt erst richtig los: Gibt es noch andere Folgen $\big(f(n)\big)$, die eine natürliche Interpretation haben, mit derselben Eigenschaft wie die Folge $\big(b(n)\big)$?

2. e^4 ist irrational

Die Euler'sche Zahl $e = 2{,}7182818284... = 1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{120}+\dots$ ist irrational — und der Beweis dafür ist klassisch und ganz einfach: Wäre nämlich $e = \frac{a}{b}$, für ganze Zahlen a und $b > 0$, so müsste

$$n!be \;=\; n!a$$

gelten, für *jedes* $n \geq 0$. Das kann aber nicht sein, weil auf der rechten Seite eine ganze Zahl steht, während sich die linke Seite mit

$$e = \Big(1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n!}\Big)+\Big(\frac{1}{(n+1)!}+\dots\Big)$$

zerlegt in einen ganzzahligen Teil

$$bn!\Big(1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n!}\Big)$$

und in einen Teil

$$b\Big(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}+\dots\Big);$$

von dem man leicht sieht, dass er *ungefähr* $\frac{b}{n}$ ist, also für große n eben nicht ganzzahlig sein kann: genauer, er ist größer als $\frac{b}{n+1}$ und kleiner als $\frac{b}{n-1}$, wie man aus dem Vergleich mit einer geometrischen Reihe sieht:

$$\begin{aligned}\frac{1}{n+1} \quad &< \quad \frac{1}{n+1}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}+\dots\\ &< \frac{1}{n+1}+\frac{1}{(n+1)^2}+\dots\\ &= \frac{1}{n-1}.\end{aligned}$$

Der multipliziere–mit–$n!$–Trick (für beliebiges, großes n) ist hübsch, aber er führt anscheinend nicht weit — in [1] hatten wir behauptet, er reiche nicht einmal aus, um auch nur zu zeigen, dass e^2 irrational ist. Das ist eine stärkere Aussage: $\sqrt{2}$ ist ein Beispiel einer Zahl, die irrational ist, ihr Quadrat aber nicht. Es ist *bekannt*, aber eben nicht *elementar*, dass e sogar „transzendent" ist, also inbesondere keine Potenz e^k rational sein kann. Das hat Charles Hermite 1873 bewiesen — das entsprechende, viel schwierigere Resultat für die Kreiszahl π hat der „Münchner" Ferdinand Lindemann 1882 erzielt.

Der irische Mathematiker John Cosgrave hat uns aber darauf hingewiesen, dass man mit zwei hübschen Ideen/Beobachtungen (nennen wir sie „Tricks") doch zwei Schritte weiter kommen kann: jeder der Tricks reicht aus, um die Irrationalität von e^2 zu zeigen, die Kombination beider ergibt auch, dass e^4 irrational ist. Der erste Trick ist ganz klassisch: er stammt von einem weiteren Giganten der Zahlentheorie, Carl Ludwig Siegel (1896–1981), und findet sich gleich auf Seite 3 seines Buches [5]. Der zweite Trick ist neu, von Cosgrave selbst [4].

Warum ist e^2 irrational? Was folgt aus $e^2 = \frac{a}{b}$? Laut Siegel sollten wir nicht $be^2 = a$ schreiben, sondern

$$be \;=\; ae^{-1},$$

die Reihenentwicklungen von

$$e = 1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\dots$$

und

$$e^{-1} = 1-\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\pm\dots$$

einsetzen, und wieder mit $n!$ multiplizieren, für ein hinreichend großes n. Dann sehen wir, dass $n!be$ fast ganzzahlig ist:

$$n!b\Big(1+\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n!}\Big)$$

ist eine ganze Zahl, und der Rest

$$n!b\Big(\frac{1}{(n+1)!}+\frac{1}{(n+2)!}+\dots\Big)$$

ist ungefähr $\frac{b}{n}$. Gleichzeitig ist $n!ae^{-1}$ fast ganzzahlig: wir erhalten ganzzahlige Summanden, und dann einen Rest

$$(-1)^{n+1}n!a\Big(\frac{1}{(n+1)!}-\frac{1}{(n+2)!}\pm\dots\Big),$$

und der ist ungefähr $(-1)^{n+1}\frac{a}{n}$. Und das kann nicht sein: denn für großes gerades n folgt, dass a und b unterschiedliches Vorzeichen haben, also $e^2 = \frac{a}{b} < 0$.

Um nun zu zeigen, dass e^4 irrational ist, nehmen wir ganz mutig an, dass $e^4 = \frac{a}{b}$ rational wäre, und schreiben das als

$$be^2 \;=\; ae^{-2}.$$

Wir könnten nun mit großem $n!$ multiplizieren, die nicht-ganzzahligen Summanden einsammeln; aber das bringt nichts: die Summe der restlichen Terme wird links ungefähr $b\frac{2^{n+1}}{n+1}$ sein, rechts $(-1)^{n+1}a\frac{2^{n+1}}{n+1}$, beides wird für große n also sehr groß sein.

Also, so Cosgrave, muss man genauer hinschauen, und zwei kleine Strategieänderungen vornehmen: erstens nehmen wir nicht *irgendein* großes n, sondern eine große Zweierpotenz $n = 2^m$; und zweitens multiplizieren wir nicht mit $n!$, sondern mit $\frac{n!}{2^{n-1}}$.

Dann brauchen wir eine kleine Hilfsaussage, die aus dem Satz von Legendre [1, S. 9] folgt: für eine Zahl $n \geq 1$ enthält $n!$ den Primfaktor 2 höchstens $n-1$ mal — mit Gleichheit dann (und nur dann), wenn n eine Zweierpotenz ist, $n = 2^m$. Die Hilfsaussage ist auch nicht schwer zu zeigen: $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ der Faktoren von $n!$ sind gerade, $\lfloor \frac{n}{4} \rfloor$ von ihnen sind durch 4 teilbar, usw.: Wenn 2^r die größte Zweierpotenz bezeichnet, die $2^r \leq n$ erfüllt, so enthält $n!$ den Primfaktor 2 also genau

$$\begin{aligned} &\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor + \ldots + \left\lfloor \frac{n}{2^r} \right\rfloor \\ \leq \quad & \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \ldots + \frac{n}{2^r} \\ = \quad & n\Big(1 - \frac{1}{2^r}\Big) \ \leq \ n-1 \end{aligned}$$

mal, mit Gleichheit in beiden Ungleichungen genau für $n = 2^r$.

Zurück zu $be^2 = ae^{-2}$. Wir betrachten also

$$b\frac{n!}{2^{n-1}}e^2 = a\frac{n!}{2^{n-1}}e^{-2}, \qquad (1)$$

und setzen die Reihenentwicklungen

$$e^2 = 1 + \frac{2}{1} + \frac{4}{2} + \ldots + \frac{2^r}{r!} + \ldots$$

und

$$e^{-2} = 1 - \frac{2}{1} + \frac{4}{2} \mp \ldots + (-1)^r \frac{2^r}{r!} + \ldots$$

ein. Für $r \leq n$ erhalten wir auf beiden Seiten ganzzahlige Summanden, nämlich

$$b\frac{n!}{2^{n-1}}\frac{2^r}{r!} \ \text{ bzw. } \ (-1)^r a\frac{n!}{2^{n-1}}\frac{2^r}{r!},$$

wobei $r!$ für $r > 0$ den Primfaktor 2 *höchstens* $r-1$ mal enthält, $n!$ aber *genau* $n-1$ mal. (Für $r > 0$ sind die Summanden also sogar gerade.)

Und die Reihen, die man für $r \geq n+1$ erhält, sind für gerades n (wir haben ja $n = 2^m$ angenommen)

$$2b\Big(\frac{2}{n+1} + \frac{4}{(n+1)(n+2)} + \ldots\Big)$$

bzw.

$$2a\Big(-\frac{2}{n+1} + \frac{4}{(n+1)(n+2)} \mp \ldots\Big),$$

die für große Zweierpotenzen ungefähr $\frac{4b}{n}$ bzw. $-\frac{4a}{n}$ sind (wie man durch Vergleich mit geometrischen Reihen leicht sieht). Für großes $n = 2^m$ heißt das aber, dass die linke Seite von (1) ein *bisschen* größer als eine ganze Zahl ist, die rechte Seite ein *bisschen* kleiner — Widerspruch!

3. Langsam abkühlen

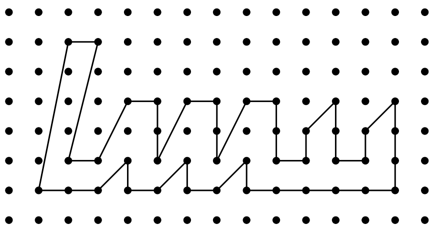
Georg Pick, 1859 geboren, war ab 1888 Professor in Prag; mit 80 Jahren wurde er als Jude ins Ghetto Theresienstadt deportiert und starb dort 1942. Ihm verdanken wir den wunderbaren Gitterpunktsatz: dass wir die Fläche eines Gitterpolygons einfach durch Zählen der Gitterpunkte auf dem Rand und im Inneren bestimmen können.

Der Satz von Pick. *Die Fläche jedes (nicht notwendigerweise konvexen) ebenen Polygons Q mit ganzzahligen Ecken ist*

$$A(Q) \ = \ n_{\text{in}} + \tfrac{1}{2}n_{\text{rand}} - 1,$$

wobei n_{in} und n_{rand} die Anzahlen der ganzzahligen Punkte im Inneren bzw. auf dem Rand von Q sind.

Dabei nehmen wir an, dass wir es mit einem *einfachen* Gitterpolygon zu tun haben, das also keine Löcher hat, und von einer einzigen, geschlossenen und sich nicht selbst überschneidenden Kurve begrenzt ist — obwohl sich die Pick'sche Formel leicht auf allgemeinere Fälle erweitern lässt.

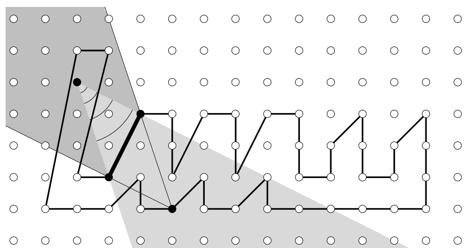


Beispiel: Hier ist $n_{\text{in}} = 6$ und $n_{\text{rand}} = 42$, also $A(Q_{\text{lmu}}) = 26$.

Den Satz von Pick *kann* man beweisen, indem man das Polygon mit Hilfe der ganzzahligen Punkte auf seinem Rand und im Inneren in minimale Gitterdreiecke (der Fläche $\frac{1}{2}$) zerlegt, und dann die Euler'sche Polyederformel anwendet. Das ist ganz klassisch, und so steht's auch in [1]. Man *muss* aber nicht: Christian Blatter [2] von der ETH Zürich hat einen ganz anderen, „physikalischen" Beweis vorgeschlagen, wie folgt.

Wir nehmen an, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ in jedem ganzzahligen Punkt genau die Wärmemenge 1 konzentriert ist. Mit wachsendem t breiten sich diese Wärmespitzen unabhängig voneinander radial und rotationssymmetrisch aus, und im Grenzwert $t \to \infty$ ist die ganze vorhandene Wärme gleichmäßig in der Ebene verteilt. Da genau eine Einheit Wärme pro Flächeneinheit zur Verfügung steht, ist die im Grenzwert in dem Polygon Q befindliche Wärmemenge gleich dem Flächeninhalt von Q.

Wo kommt die Wärme her? Wir überlegen uns, dass das Gitter der ganzzahligen Punkte bezüglich jedes Kantenmittelpunkts symmetrisch ist (dieser ist ein Punkt mit ganzzahligen oder halbzahligen Koordinaten) — und deshalb fließt über jede Kante gleich viel Wärme in beide Richtungen. Netto gibt es also keinen Wärmefluss in das Polygon hinein oder aus dem Polygon heraus.



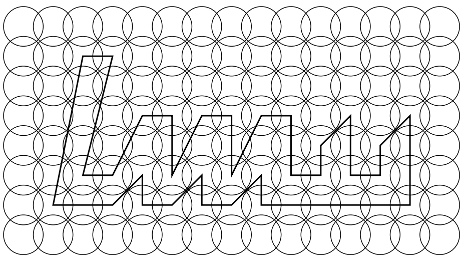
Die Wärmemenge im Polygon können wir also einerseits den inneren Punkten zuordnen (eine Einheit pro innerem Punkt), andererseits den Gitterpunkten auf dem Rand des Polygons, die jeweils einen Anteil des Vollwinkels nach innen „abstrahlen", der ihrem Innenwinkel entspricht. Um die Summe dieser Innenwinkel zu berechnen, laufen wir einmal den Rand des Polygons ab (im Gegenuhrzeigersinn, mit dem Inneren des Polygons zur Linken) und stellen fest, dass die Abstrahlung von einem Gitterpunkt, in Anteilen eines Vollwinkels gemessen, jeweils genau

$$\tfrac{1}{2} - \text{Richtungsänderung}$$

beträgt. Im Gesamtumlauf heißt das also: die Wärmemenge, die vom Rand kommt, ist $\frac{1}{2}$ mal die Anzahl der Gitterpunkte auf dem Rand, minus Richtungsänderung während des Umlaufs, und die macht genau einen Vollwinkel aus. Ende des Beweises!

Nun gibt es sicher Leser, die solche Beweise analytischer lieben: Ja, man *kann* durchaus die Wärmeleitungsgleichung für diese Situation aufstellen und lösen, was eine hübsche analytische Übungsaufgabe darstellt, man *muss* aber nicht. Und es ist für den Beweis auch überhaupt nicht wichtig, dass sich die Wärme so verteilt, wie das die Wärmeleitungsgleichung diktiert. Für den Beweis ist nur entscheidend, dass von jedem Gitterpunkt aus dieselbe endliche Menge „Wärme“ oder „Energie“ oder „Masse“ so *rotationssymmetrisch* auf die Ebene verteilt wird, dass am Ende eine *Gleichverteilung* herauskommt. Das stellt also eine Korrespondenz her zwischen der Ebene und den Gitterpunkten.

Um dies zu demonstrieren, skizzieren wir hier noch eine alternative Beschreibung des Beweises. (Uns würde interessieren, ob unsere Leser dies besser finden — oder nicht!) Dafür stellen wir uns vor, dass sich in jedem Gitterpunkt ein zylinderförmiger Pudding des Volumens 1 befindet, der langsam zerläuft, so dass wir es zum Zeitpunkt t mit einem Zylinder des Radius $r(t) = t$ und der Höhe $h(t) = \frac{1}{\pi t^2}$ zu tun haben.



Zu einem Zeitpunkt ε mit $0 < \varepsilon \ll \frac{1}{2}$ sind die Zylinder alle disjunkt, über jedem Gitterpunkt im Inneren von Q steht ein Zylinder, der ganz im Polygon enthalten ist, und über jedem Rand-Gitterpunkt steht ein Zylinder, von dem ein dem Innenwinkel entsprechendes Kuchenstück über dem Polygon-Inneren steht. (Die kleinen schwarzen Kreisscheiben in unserem ersten Bild könnten die Grundflächen der Zylinder angeben.) Wenn nun die Zylinder zerfließen, und sehr viel Zeit vergangen ist (also t sehr groß geworden ist), dann überdeckt jeder Zylinder die große Fläche $t^2\pi$, und jeder Punkt der Ebene wird von *ungefähr* $t^2\pi$ Zylindern der Höhe $\frac{1}{\pi t^2}$ überdeckt (weil nämlich die Kreisscheibe mit großem Radius t ungefähr $t^2\pi$ Gitterpunkte enthält). Also wird die Gesamtüberdeckung mit fortschreitender Zeit immer gleichmäßiger und nähert sich der Höhe 1.

Und dann fragen wir uns wieder, woher denn das Volumen stammt, das für $t \to \infty$ das Polygon gleichmäßig überdeckt ...

Literatur

[1] M. Aigner und G. M. Ziegler, *Das BUCH der Beweise*, Springer-Verlag, Heidelberg Berlin, 2002.

[2] C. Blatter, *Another proof of Pick's area theorem*, Math. Magazine **70** (1997), p. 200.

[3] N. Calkin and H. S. Wilf, *Recounting the rationals*, Amer. Math. Monthly **107** (2000), pp. 360–363.

[4] J. B. Cosgrave, *New proofs of the irrationality of e^2 and e^4*, Amer. Math. Monthly, to appear.

[5] C. L. Siegel, *Transcendental Numbers*, Annals of Math. Studies, Vol. 16, Princeton University Press, 1949.

Prof. **Martin Aigner**
Institut für Mathematik II
FU Berlin, Arnimallee 3
14195 Berlin
aigner@math.fu-berlin.de

Prof. **Günter M. Ziegler**
Institut für Mathematik, MA 6-2
TU Berlin, Str. des 17. Juni 136
10623 Berlin
ziegler@math.tu-berlin.de
www.math.tu-berlin.de/~ziegler

Anzeige
„sd&m“
Film aus Heft Seite
33 verwenden

Anzeige
basycon

Film aus Heft 3 Seite 24 verwenden

Jetzt gibt es nur eine Strategie: bewerben. – Als Praktiker/in oder Berufsanfänger/in

Die Allianz gehört zu den größten Finanzdienstleistern weltweit. In der Allianz Lebensversicherungs-AG betreuen wir über 10 Millionen Kundenverträge und verantworten ein Kapitalanlagevolumen von über 81 Milliarden €. Dabei übernimmt unser Fachbereich Mathematik und Produktentwicklung (MPE) maßgebliche Aufgaben, um zukünftige Erfolge vorzubereiten und abzusichern. Nehmen Sie jetzt die Herausforderung als Berufseinsteiger/in oder Young Professional an. Wir suchen für unsere **Hauptverwaltung in Stuttgart** hochqualifizierte

Diplom-Mathematiker/innen

für die Produktentwicklung

Rechnen Sie mit anspruchsvollen Aufgaben.

Der Fachbereich MPE entwickelt neue Konzepte für innovative Produkte und bereitet dadurch die Entscheidungen der Geschäftsleitung maßgeblich vor. Dabei erwarten Sie vielfältige und spannende Aufgaben:

- Sie koordinieren die Aktivitäten der Produktentwicklung von der Idee bis zur Vermarktung.
- Sie konzipieren neue Produkte von der Festlegung des Designs über die Rechnungsgrundlagen und Kosten bis hin zum Profit Testing.
- Sie entwickeln versicherungsmathematische Verfahren für den Verkauf und die Verwaltung unserer Produkte.
- Sie arbeiten in Projekten zur Implementierung der Produkte mit.
- Sie wirken bei der Fortentwicklung der aktuariellen Methoden zur Produktentwicklung und Risikosteuerung mit.

Und jetzt zu Ihrer Qualifikation.

Sie haben Ihr Studium **der Mathematik oder Wirtschaftsmathematik** schnell und mit überdurchschnittlichem Erfolg abgeschlossen und verfügen über herausragende analytische Fähigkeiten. Sicheres und gewandtes Auftreten sowie konzeptionelles Denken zeichnen Sie ebenso aus wie Kommunikationsstärke und die Freude an Teamarbeit. Sie können komplexe Sachverhalte überzeugend erläutern und Erklärungen verständlich formulieren. Idealerweise verfügen Sie auch über gute Englischkenntnisse.

Ihre Perspektive: Verantwortung.

Neben dem „training on the job“ werden Sie durch ein individuelles Personalentwicklungsprogramm weiterbegleitet. Unser Ziel ist es, Sie für eine anspruchsvolle Aufgabe mit Führungsverantwortung zu qualifizieren.

Interessiert? Dann freuen wir uns auf ein erstes Gespräch. Bitte senden Sie uns vorab Ihre vollständigen Bewerbungsunterlagen.
Für Informationen steht Ihnen Herr Dr. Franz Müller unter Telefon 07 11.6 63-33 12 oder E-Mail franz.mueller@allianz.de gerne zur Verfügung.

Allianz Lebensversicherungs-AG
Personalabteilung · Herr Dr. Franz Müller
Reinsburgstraße 19
70178 Stuttgart
Fax 07 11.6 63-27 73

Diese und weitere Stellenanzeigen finden Sie unter: http://perspektiven.allianz.de

Allianz

Rätselecke

Die Rätsel von Ausgabe 7 (Wintersemester 2002/03)

Von den acht mal acht Feldern eines Schachbretts beherrscht eine Dame neben dem Feld, auf dem sie steht, auch alle Felder, die sich in derselben Zeile, Reihe oder Diagonale befinden. Wie viele Damen werden mindestens benötigt, um alle 64 Felder des Schachbretts zu beherrschen? Wie viele Damen können sich höchstens auf einem Schachbrett befinden, ohne dass eine Dame das Feld einer anderen beherrscht?

Das Orakel eines antiken Heiligtums gab in jedem Monat jeweils genau eine Weissagung, wobei aus Quellen bekannt ist, dass es nur in einem festen Monat im Jahr die Wahrheit sagte und ansonsten stets log. Es sind die folgenden Orakelsprüche aus vier aufeinander folgenden Monaten überliefert:

"Ich lüge im März, Juni und Dezember."
"Dieser Monat ist Juli, September oder November."
"Ich lüge im Februar, August und Oktober."
"Dieser Monat ist Januar, April oder Mai."

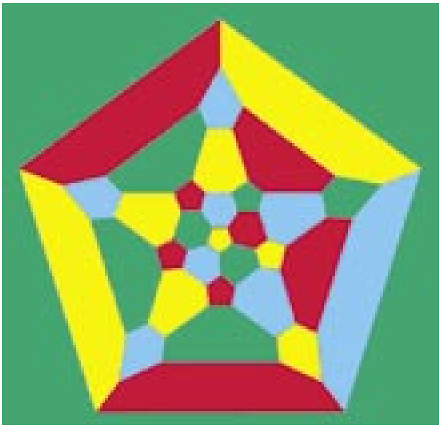
In welchem Monat sprach das Orakel jeweils die Wahrheit?

Eine Stadt, deren Gebiet sich 30 km in West-Ost-Richtung sowie 20 km in Nord-Süd-Richtung erstreckt, beherbergt gleich zwei große Universitäten. Während das Mathematik-Institut der einen Hochschule im Mittelpunkt des Stadtgebiets – also im Schnittpunkt der Rechteckdiagonalen – steht, hat die andere Hochschule ihr Mathematik-Institut in einen nördlichen Vorort verlagert, so dass dieses sich nunmehr auf der Verlängerung der östlichen Stadtgrenze $5\cdot\sqrt{3}$ km außerhalb der Stadt befindet. Wie lange benötigt man mindestens für den Weg zwischen diesen beiden Instituten, wenn man auf eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 20 km/h innerhalb sowie von $10\cdot\sqrt{2}$ km/h außerhalb des Stadtgebiets kommt?

Rätselecke

Lösungen zu den Rätseln von Ausgabe 6 (Sommersemester 2002)

Mit dem amtlichen Wechselkurs zwischen Mark und Euro von $w = 1{,}95583$ erhält man $(100\ m + p) : w = (100\ p + m) + f$, wobei der Rundungsfehler f zwischen -0,5 und 0,5 liegt. Unter Verwendung des Ansatzes $m = 2\ p - r$ mit einer geeigneten ganzen Zahl r ergibt sich daraus $(201 - 102\ w)\ p = (100 - w)\ r + w\ f$. Wegen $201 - 102\ w > 1{,}5$ und $w\ f < 1$ muss r positiv sein, wobei p mit steigendem r auch selbst wächst. Für $r = 1$ ist $p = (100 - w)/(201 - 102\ w) + w\ f/(201 - 102\ w)$ mit $(100 - w)/(201 - 102\ w)$ Z $65{,}131$ und $|w\ f/(201 - 102\ w)| < 0{,}650$. Damit ist $p = 65$ und $m = 129$ die kleinste Lösung: in der Tat ergeben 129,65 DM umgerechnet 66,29 Euro, also 65 Euro und 129 Cent.



In der nebenstehenden Abbildung ist eine Möglichkeit dargestellt, wie man aus je drei Fünfecken und je fünf Sechsecken in den Farben Gelb, Rot, Grün und Blau einen Fußball zusammensetzen kann, ohne dass zwei Flächen mit einer gemeinsamen Kante dieselbe Farbe aufweisen. Die Darstellung entsteht, wenn man ein grünes Fünfeck mit einer kleinen Öffnung versieht und diese solange dehnt, bis die Oberfläche des Fußballs in einer Ebene liegt, wobei natürlich die regulären Polygone verzerrt abgebildet werden.

Man nummeriere die Etagen des Museums von 1 (unten) bis 3 (oben) sowie in jedem Stockwerk die Reihen von 1 (links) bis 3 (rechts) und die Zeilen von 1 (vorne) bis 3 (hinten). Somit erhält jeder Ausstellungsraum eine dreigliedrige Nummer; für den Eingang ergibt sich etwa (1,2,1) mit der Quersumme $1 + 2 + 1 = 4$. Die Verbindungen zwischen den einzelnen Räumen bedingen nun, dass man von einem Raum mit ungerader bzw. gerader Quersumme nur in Räume mit gerader bzw. ungerader Quersumme gelangen kann. Da das Museum aber über 14 Räume mit ungerader und 13 Räume mit gerader Quersumme verfügt und der Rundgang in einem Raum mit gerader Quersumme beginnt, ist es nicht möglich, alle 27 Ausstellungsräume des Museums zu besichtigen, ohne einen der Räume mehrfach zu betreten. Dagegen verfügt ein Museum mit fünf Stockwerken zu je fünf mal fünf Ausstellungsräumen über 63 Räume mit ungerader und 62 Räume mit gerader Quersumme, wobei der Eingang (1,3,1) die nun ungerade Quersumme 5 hat. Ein möglicher Weg ist (1,3,1) - (1,4,1) - (1,5,1) - (1,5,2) - (1,4,2) - (1,3,2) - (1,2,2) - (1,2,1) - (1,1,1) - (1,1,2) - (1,1,3) - … - (1,5,3) - (1,5,4) - … - (1,1,4) - (1,1,5) - … - (1,5,5) - (2,5,5) - … - (2,1,1) - (3,1,1) - … - (5,5,5).