Blatt 1 der Übungen zur Vorlesung *Analysis II für Statistiker*, LMU-München, Sommersemester 2011

Florian Hoffmann, Peter Philip

3. Mai 2011

Abgabe bis Fr, den 13. Mai., 13 Uhr, im Kasten zur Vorlesung neben der Bibliothek.

Bonussystem: Bei erfolgreicher Teilnahme an den Übungen, erhalten Sie in der Abschlussklausur Bonuspunkte. Die Einzelheiten sind auf der Webseite zur Vorlesung `http://www.math.lmu.de/~fhoff/2011analysisII.php` beschrieben.
Hinweis: Es erfolgt eine Punkteteilung bei gemeinsamer Abgabe, das heißt, die Punkte einer Aufgabe werden zwischen allen, die identische oder abgeschriebene Lösungen für die Aufgabe abgeben, geteilt.

1. (5 Punkte) Es sei A eine nichtleere Menge. Zeigen Sie durch Nachrechnen der Vektorraumaxiome, dass es sich bei $V := \mathcal{F}(A, \mathbb{R}) = \mathbb{R}^A$, also bei der Menge der Funktionen von A nach $\mathbb{R}$ um einen $\mathbb{R}$-Vektorraum handelt, wenn man die Vektoraddition und die Skalarmultiplikation wie folgt definiert: Für $f, g : A \longrightarrow \mathbb{R}$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ sei

$$(f+g) : A \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad (f+g)(x) := f(x) + g(x), \tag{1a}$$
$$(\lambda \cdot f) : A \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad (\lambda \cdot f)(x) := \lambda \cdot f(x). \tag{1b}$$

2. (5 Punkte) Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit wie möglich:

   (a) $-0.5\big((0, -0.5, 2, 1) + (5, -1, 0, -0.25)\big) \cdot (1, 2, -3, 4)$.

   (b) $\big| - 2(2, 2) + 0.25(-4, 12)\big|$.

3. (5 Punkte) Entscheiden Sie für jede der folgenden Folgen, ob sie konvergent ist oder nicht. Für jede konvergente Folge geben Sie bitte den Grenzwert an. Begründen Sie Ihre Ergebnisse durch Hinweis auf einen Satz aus der Vorlesung und durch Benutzung von Ergebnissen über reelle Zahlenfolgen aus Analysis I (hier sollen keine Ergebnisse über reelle Zahlenfolgen bewiesen werden).

   (a) $(x^k)_{k\in\mathbb{N}} := \big((1 + k^{-1}, \sin(k^{-3}))\big)_{k\in\mathbb{N}}$.

   (b) $(x^k)_{k\in\mathbb{N}} := \big((e^k, -1, k^{-1}\cos(k\pi))\big)_{k\in\mathbb{N}}$.

   (c) $(x^k)_{k\in\mathbb{N}} := \big(((\ln(k^{-1}))^{-1}, \sqrt[k]{k}, (0.9)^k, \sum_{i=0}^{k} \frac{1}{i!}, \tan(e^{-k}))\big)_{k\in\mathbb{N}}$.

   Aufgabe 4 auf der nächsten Seite!

4. (5 Punkte) Geben Sie eine konvergente Teilfolge der Folge

$$\big(((-1)^k, (-1)^{k+1})\big)_{k\in\mathbb{N}} \tag{2}$$

an (zeigen Sie, dass Ihre Folge eine Teilfolge ist und dass sie konvergiert). Gibt es auch eine konvergente Umordnung? Begründung?