

Übungen zu Analysis I (für Mathematiker)

1. Seien $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = x^4 e^x, \quad g(x) = \sin(x^2 + x), \quad h(x) = \cos(\sin x)$$

Bestimmen Sie die Ableitungen von f , g und h . (4 Punkte)

2. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x) & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f differenzierbar ist, und bestimmen Sie die Ableitung von f .
Ist f' stetig? (4 Punkte)

3. Sei I ein Intervall und sei $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ n -mal differenzierbar. Weiterhin besitze f mindestens $n + 1$ Nullstellen (mit Vielfachheit gezählt).
Zeigen Sie, dass $f^{(n)}$ eine Nullstelle besitzt. (4 Punkte)

4. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar in $a \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} = f'(a)$$

(4 Punkte)

Abgabetermin: Montag, den 1. Februar 2010, 14.30 Uhr
(Gekennzeichneter Übungskasten im 1. Stock vor der Bibliothek).