



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Sommersemester 2010  
4. Mai 2010

# Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1:** Für  $k \geq 1$  sei  $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f_k(x) = \frac{\cos(kx)}{k^3}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_k$$

gleichmäßig gegen ein  $f$  konvergiert, welches stetig differenzierbar ist.

**Aufgabe 2:** Für  $k \geq 1$  sei  $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f_k(x) = \frac{1}{x^2 + k^2}.$$

Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} f_k$$

gleichmäßig gegen ein  $f$  konvergiert, welches stetig differenzierbar ist.

**Aufgabe 3:** Seien  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge von Funktionen auf  $D$ , die gleichmäßig gegen  $f$  konvergiert, und  $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge von Funktionen auf  $D$ , die gleichmäßig gegen  $g$  konvergiert. Zeigen Sie, dass die Folge  $(f_n + g_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gleichmäßig gegen  $f + g$  konvergiert.

**Aufgabe 4:** Sei  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge von gleichmäßig stetigen Funktionen auf  $D$ , die gleichmäßig gegen  $f$  konvergiert. Zeigen Sie, dass  $f$  gleichmäßig stetig ist.

Abgabe ab dem 10. Mai 2010 in den Tutorien.