Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler, Parmenides Garcia Cornejo

Sommersemester 2010
03. July 2010

Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen

Blatt12: 2. Probeklausur.

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x_1, x_2) := x_2\sqrt{2x_1^2 + x_2^2}$ stetig differenzierbar ist.

Aufgabe 2. Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x_1, x_2) := x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2$. Bestimmen Sie alle lokalen Minima und Maxima von f.

Aufgabe 3. Sei $K := \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1^2 + x_2^2 < 1\}$. Man zeige, dass die Funktion $f\colon K \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x_1, x_2) := 4x_1^2 - 3x_1x_2$ kein lokales Extremum hat.

Aufgabe 4. Sei $f\colon \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ die Funktion $f(x_1, x_2) := (x_1x_2^2,\, x_1^{x_2})$. Zeigen Sie, dass f in einer Umgebung von $(1, 2)$ invertierbar ist.

Abgabe ab dem 12. Juli 2010 in den Tutorien.