

# Mathematik I für Physiker

## Übungsblatt 12

Prof. Dr. H.-D. Donder

**Aufgabe 1:** Berechne für positive  $n, m \in \mathbb{N}$  die Integrale

$$\int_0^{2\pi} \sin(nx) \sin(mx) dx, \quad \int_0^{2\pi} \cos(nx) \cos(mx) dx \quad \text{und} \quad \int_0^{2\pi} \sin(nx) \cos(mx) dx.$$

**Aufgabe 2:** Finde Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

- (a)  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$   
Tipp: Substituiere mit  $u(x) = \sqrt{1+x^2}$
- (b)  $f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{\sin(x)}, 0 < x < \pi$   
Tipp: Substituiere mit  $u(x) = \tan \frac{x}{2}$

**Aufgabe 3:** Berechne für  $a, b > 0$  das folgende Integral:

$$\int_0^1 \frac{1}{ax^2 + b} dx$$

Tipp: Blatt 10, Aufgabe 2

**Aufgabe 4:** Berechne  $\int_0^\infty x^3 e^{-x^2} dx$ .

Tipp: Betrachte die Ableitung von  $e^{-x^2}$  und nutze das Ergebnis zur partiellen Integration.