Mathematisches Institut
der Universität München

Wintersemester 2008/2009

Mathematik I für Physiker

Übungsblatt 1

Prof. Dr. H.-D. Donder

Aufgabe 1:

Aus einem Zoologiebuch: "Jede ungebrochselte Kalupe ist dorig und jede foberante Kalupe ist dorig. In Knusiland gibt es sowohl dorige wie undorige Kalupen." Welche der nachstehenden Schlüsse über die Fauna von Knusiland sind zulässig?

(a) Alle undorigen Kalupen sind gebrochselt.

(b) Es gibt gebrochselte Kalupen.

(c) Es gibt sowohl gebrochselte wie ungebrochselte Kalupen.

(d) Einige gebrochselte Kalupen sind unfoberant.

(e) Alle gebrochselten Kalupen sind unfoberant.

Aufgabe 2:

Zeige mit vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt:

$$\text{(a)} \qquad \sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\text{(b)} \qquad \sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Aufgabe 3:

Zeige mit vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n und alle reellen Zahlen $x \geq -1$ gilt:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$

Aufgabe 4:

Die Fibonacci-Zahlenfolge $F_0, F_1, F_2, \ldots$ beginnt mit $F_0 = 0$ und $F_1 = 1$; jede weitere Fibonacci-Zahl ist die Summe ihrer beiden Vorgänger: $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.

F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	$\ldots$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	$\ldots$

Zeige mit vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt:

$$\text{(a)} \qquad \sum_{k=0}^{n} F_k = F_{n+2} - 1$$

$$\text{(b)} \qquad \sum_{k=0}^{n} F_k^2 = F_n F_{n+1}$$