



Prof. Dr. Lars Diening  
Robert Graf, Maximilian Wank

Sommersemester 2014  
12.7.2014

# Maß- und Integrationstheorie mehrerer Variablen

## Vorbereitungsaufgaben

Nachname: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Matrikelnr.: \_\_\_\_\_ Fachsemester: \_\_\_\_\_

Abschluss: Bachelor, PO  2007  2010  2011      Master, PO  2010  2011

Lehramt Gymnasium:  modularisiert  nicht modularisiert

Diplom  Anderes: \_\_\_\_\_

Hauptfach:  Mathematik  Wirtschaftsm.  Inf.  Phys.  Stat.  \_\_\_\_\_

Nebenfach:  Mathematik  Wirtschaftsm.  Inf.  Phys.  Stat.  \_\_\_\_\_

Anrechnung der Credit Points für das  Hauptfach  Nebenfach (Bachelor / Master)

Bitte schalten Sie Ihr Mobiltelefon aus und legen es nicht auf den Tisch. Es ist erlaubt, eine selbst erstellte, beidseitig per Hand beschriebene A4-Seite in der Klausur zu benutzen sowie einen nicht-graphischen Taschenrechner. Lösen Sie bitte jede Aufgabe auf dem dafür vorgesehenen Blatt. Falls der Platz nicht ausreicht, vermerken Sie dies am unteren Ende des Angabenblattes der entsprechenden Aufgabe und schreiben den Rest auf die Rückseite oder auf eine von uns ausgehändigte leere Seite. Sie haben **105 Minuten** Zeit, um die Klausur zu bearbeiten.

Da wir keine Aushänge mit Namen oder Matrikelnummern machen dürfen, notieren Sie sich bitte die nebenstehende Zahl, unter der wir Ihr Klausurergebnis veröffentlichen werden.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7
max. Punkte	3	5	4,5	4	2	3,5	4
Punkte							

Σ Gesamt (max. 26)	
-----------------------	--

**Viel Erfolg !**

Name: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 1**

(V) Punkte

Sei  $a > 0$ . Bestimmen Sie die Fouriertransformierte von  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  mit  $f(x) := e^{-ax} \chi_{[0,\infty)}(x)$ .

**Aufgabe 2**

(V) Punkte

Sei  $P$  der abgeschnittene Paraboloid

$$P := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, 0 \leq z \leq 2\}.$$

Bestimmen Sie das Volumen von  $P$ . (Tipp: Zylinderkoordinaten.)

**Aufgabe 3**

(V) Punkte

Sei

$$\mathcal{E} := \{\{n, 2n, 3n, \dots\} : n \in \mathbb{N}\}$$

Bestimmen Sie die von  $\mathcal{E}$  erzeugte  $\sigma$ -Algebra  $\mathcal{A} := \sigma(\mathcal{E})$ .

**Aufgabe 4**

(V) Punkte

Sei  $p \in [1, \infty)$  und  $f \in L^p(\mathbb{R}^d)$ . Zeigen Sie, dass

$$\|f\|_p^p = \int_0^\infty p t^{p-1} \lambda^d(\{|f| > t\}) dt.$$

Tipp: Fubini.