Prof. Dr. Lars Diening
Roland Tomasi
Giovanni Placini 08.12.2014

Maß- und Integralrechnung
Tutoriumsblatt 9

Aufgabe 1:
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Sei $f \in C^0(\overline{\Omega})$. Zeigen Sie, dass in diesem Fall gilt

$$\|f\|_\infty := \inf \{\alpha \geq 0 : \lambda^n(\{x \in \overline{\Omega} : |f(x)| > \alpha\}) = 0\} = \sup_{x \in \overline{\Omega}} |f(x)|$$

Aufgabe 2:
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ messbar und $f : \Omega \to \mathbb{R}$ messbar. Zeigen Sie

$$\|f\|_\infty := \inf \left\{\alpha \geq 0 : \lambda^n(\{|f| > \alpha\}) = 0\right\} = \inf_{\substack{N \subset \Omega \\ \lambda^n(N)=0}} \sup_{x \in \Omega \setminus N} |f(x)|$$

Aufgabe 3:
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ messbar. Zeigen Sie, dass $\|\cdot\|_\infty$ eine Halbnorm auf $\mathcal{L}^\infty(\Omega)$ ist.