

Numerik — Blatt 3

Abgabe: Freitag, den 11. November, vor der Vorlesung

Aufgabe 1:**8 Punkte**

Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie für A die Werte $\rho(A)$, $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ **Aufgabe 2:****12 Punkte**

Wir betrachten die Matrix

$$K := \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & \\ & -k_3 & k_3 + k_4 & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & -k_n \\ & & & & -k_n & k_n + k_{n+1} \end{pmatrix},$$

 $k_i > 0$ für $i = 1, \dots, n + 1$. Wir setzen $K_0 = K - K_1$ mit

$$K_1 := \begin{pmatrix} k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

und wollen die Gleichungssysteme $Kx = b$ und $K_0^{-1}Kx = K_0^{-1}b$ vergleichen.

- (a) Berechnen Sie
- K_0^{-1}
- , indem Sie die Gleichungssysteme

$$K_0 x_i = e_i,$$

 e_i i -ter Einheitsvektor, lösen.

- (b) Schätzen Sie $\text{cond}_\infty(K)$ für $n = 3$ nach unten ab. Betrachten Sie dazu die quadratische Form $\langle Ky, y \rangle = y^t Ky$
- (c) Vergleichen Sie $\text{cond}_\infty(K_0^{-1}K)$ und $\text{cond}_\infty(K)$ für $n = 3$.