Prof. Lars Diening, Sebastian Schwarzacher, Hans Irl 21.10.2011

Numerik I — Blatt 1

Aufgabe 1: **3 Punkte**

Zeigen Sie: Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine symmetrische, positiv definite Matrix und $b \in \mathbb{R}^n$, $c \in \mathbb{R}$. Dann hat die reellwertige Funktion auf $\mathbb{R}^n$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^t Ax - x^t b + c$$

einen einzigen stationären Punkt x_0, gegeben durch

$$Ax_0 = b$$

oder

$$x_0 = A^{-1}b$$

Zugleich nimmt f in x_0 ein (absolutes) Minimum an.

Aufgabe 2: **3 Punkte**

Berechnen Sie die Kondition τ_f der durch $f(x) := \sin x$ definierten Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Konditionszahl von f. Für welche x ist f schlecht konditioniert.

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Gegeben ist die $n \times n$-Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & & \cdots & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass die Matrix A strikt positiv definit ist, d.h. $x^t Ax > 0$ für alle $x \neq 0$.

Auf der Seite http://www.die-mathematiker.net/forum/numws11 ist ein Diskussionsforum eingerichtet.