MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. P. Pickl

SoSe 2011
30.07.11

Klausur zur Linearen Algebra für gymnasiales Lehramt

Nachname: .... Vorname:..........................

Matrikelnummer: ....

Geburtsdatum: ....

alte LPO ☐ neue LPO ☐.

1	2	3	4	5	$\sum$

Bitte beachten Sie:

(a) **Bitte tragen Sie auf jedem Blatt, das Sie abgeben, Ihren Namen ein!**

(b) Arbeitszeit: 10:10 - 11:50 Uhr (100 Minuten).

(c) Zugelassene Hilfsmittel: Schreibgerät.

(d) **Schreiben Sie auf gar keinen Fall Lösungsvorschläge zu verschiedenen Aufgaben auf das selbe Blatt!**

(e) Jede Aufgabe gibt die selbe Punktzahl.

(f) Bei Bedarf kann zusätzlich Papier angefordert werden.

Viel Erfolg!

Aufgabenstellung

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Inverse von $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 5 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Determinante von

$$B := \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 & 3 \\ 15 & 6 & -21 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3. Sei $F : K^n \to K^n$ eine K-lineare Abbildung, so dass für alle $v \in K^n$, $F(v) = F^2(v)$.

(a) Zeigen Sie : Es gibt eine basis $\mathcal{B}$ von K^n und eine ganze Zahl k, $0 \leq k \leq n$, so dass

$$M^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}}(F) = \begin{pmatrix} E_k & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ (eine Diagonalmatrix mit nur 1 und 0 auf der Diagonale).}$$

(b) Zeigen Sie, dass F nur 0 und 1 als Eigenwerte hat.

Aufgabe 4. Seien V und W zwei K-Vektorräume. Zeigen Sie, dass das direkte Produkt $V \times W$ ein K-Vektorraum ist.

Aufgabe 5. Sei $C \in M(3 \times 3, K)$ eine Matrix mit drei paarweise verschiedene Eigenwerte und seien v_1, v_2, v_3 drei Eigenvektoren bzgl. dieser drei Eigenwerte. Zeigen Sie : Die drei Vektoren, v_1, v_2, und v_3, sind linear unabhängig.