

Übungen zur Linearen Algebra

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 9

Aufgabe 1.

(a) Geben Sie die Zahl der Fehlstände und das Signum der zwei folgenden Elemente aus $\mathcal{S}_6$ an :

$$\sigma := (5, 4, 3, 2, 1, 6), \quad \rho := (6, 1, 2, 3, 4, 5).$$

(Dabei bedeutet $\sigma(1) = 5, \sigma(2) = 4$, etc.)

(b) Schreiben Sie die Permutationen σ und ρ aus Teil (a) als Produkt von Transpositionen.

Aufgabe 2. Sei $A = (a_{ij}) \in M(n \times n, \mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass $\det(a_{ij}) = \det((-1)^{i+j} a_{ij})$.

Aufgabe 3. Benutzen Sie die Laplace Formel um die Determinanten der folgenden drei Matrizen auszurechnen,

$$A := \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\theta \in \mathbb{R}), \quad B := \begin{pmatrix} 7 & -2 & 6 \\ -1 & -4 & 3 \\ -\frac{1}{3} & -3 & 8 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ 14 & -28 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & -15 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4. Sei $A \in M(n \times n)$. Man nennt die folgende Determinante,

$$\det(xE_n - A) = \det \left(\begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix} - A \right),$$

das *charakteristische Polynom von A*. Zeigen Sie, dass wenn A eine 2×2 Matrix ist, ist sein charakteristisches Polynom durch

$$CP(A) = x^2 - \text{spur}(A)x + \det(A)$$

gegeben. (Siehe Blatt 4 für die Definition von spur.)

Abgabe : Dienstag, 12.07.2011 14 Uhr.

Übungsblätter und Informationen unter : <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~carr>