MATHEMATISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SoSe 2011

Übungen zur Linearen Algebra

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 2

Aufgabe 1.

(a) Man prüfe, ob die Vektoren $v_1 := (3, 2, 3),\ v_2 := (6, 4, 1),\ v_3 := (3, 2, -7)$ ein Erzeugenden system von $\mathbb{R}^3$ bilden.

(b) Man untersuche, für welche $t \in \mathbb{R}$ die Vektoren

$$v_1 := (-2, 4, -1),\ v_2 := (-2, t, -6),\ v_3 := (5, -4, 0)$$

linear abhängig in $\mathbb{R}^3$ sind.

(c) Man prüfe ob die Vektoren v_1, v_2, v_3 linear unabhängig in $\mathbb{R}^4$ sind, wenn

(a) $v_1 := (1, 1, 0, -1),\ v_2 := (1, 0, 1, 1)$ und $v_3 := (1, 3, 2, -5)$;

(b) $v_1 := (1, 1, 0, -1),\ v_2 := (1, 0, 1, 1)$ und $v_3 := (1, 3, -2, -5)$.

Aufgabe 2. Man konstruiere für die folgenden $\mathbb{R}$-Vektorräume jeweils eine Basis:

$$V_1 := \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \mid a + 2b + c = 0\},$$
$$V_2 := \{(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \mid a - b - c = 0,\ b - c + 3d = 0\}.$$

Aufgabe 3. Gegeben seien im $\mathbb{R}^5$ die Vektoren $v_1 := (4, 1, 1, 0, -2),\ v_2 := (0, 1, 4, -1, 2),\ v_3 := (4, 3, 9, -2, 2),\ v_4 := (1, 1, 1, 1, 1),\ v_5 := (0, -2, -8, 2, -4)$.

(a) Bestimmen Sie eine Basis von $V := \operatorname{span}(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$.

(b) Wählen Sie alle möglichen Basen von V aus den Vektoren v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 aus, und kombinieren Sie jeweils v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 daraus linear (z.B. wenn Sie $\{v_2, v_5\}$ als eine Basis nehmen, dann geben Sie v_1, v_3 und v_4 vermittels $\{v_2, v_5\}$ an).

Aufgabe 4. Sei V der Vektorraum von Polynomfunktionen,

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},$$
$$f(x) := a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n,\ a_i \in \mathbb{R},\ a_n \neq 0.$$

Zeigen Sie: Die Menge $\{1, x, x^2, ..., x^n, ...\} = \{x^n \mid n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ ist eine Basis für V.

Abgabe: Dienstag, 24.5.2011 14 Uhr.

Übungsblätter und Informationen unter: http://www.mathematik.uni-muenchen.de/∼carr