

Übungen zur mathematische und statistische Methoden für Pharmazeuten

Frau Dr. S. Carr

Blatt 7

Aufgabe 49. Welche Größe stellt $\int_a^b |f(x)|dx$ für die stetige Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ dar? Man bestimme $\int_0^2 f(x)dx$ und $\int_0^1 |f(x)|dx$ für $f(x) = x^2 - 1$.

Aufgabe 50. Man bestimme jeweils eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen:

- $f(x) = 4x + 3$ und $g(x) = 3x^2 - 2x + 5$;
- $f(x) = 2x^{-3} - 3x^{-2} + x^{-1}$ und $g(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} + 1$;
- $f(x) = a^x$ und $g(x) = \log_a(x)$ für $a > 0$.

Aufgabe 51. Man bestimme jeweils eine Stammfunktion mit Hilfe partieller Integration.

- $f(x) = 20x(x + 1)^3$ und $g(x) = 15x\sqrt{x + 1}$
- $f(x) = (x^2 + 1)e^x$ und $g(x) = (\ln(x))^2$

Aufgabe 52. Man bestimme jeweils eine Stammfunktion mit Hilfe geeigneter Substitution.

- $f(x) = 4(4x + 1)^3$ und $g(x) = (2x + 3)^5$
- $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ und $g(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

Aufgabe 53. Gegeben sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$.

- Man untersuche f auf Monotonie und zeige, daß f eine Nullstelle in $x_0 = 1$ besitzt.
- Man bestimme den Wendepunkt von f und gebe die Gleichung der Wendetangente an.
- Man berechne $\int_0^2 f(x)dx$ und interpretiere diesen Wert mit Hilfe von Inhalten geeigneter Flächenstücke.

Aufgabe 54. Gegeben sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x} - e^{-2x}$.

- (Ausgelassen)

- b) Man bestimme Lage und Art des Extremums von f .
- c) Man berechne $\int_0^\infty f(x)dx$ und interpretiere das Ergebnis als Inhalt einer geeigneten Fläche.

Aufgabe 55. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2} \ln x$.

- a) Man untersuche f auf Nullstellen und bestimme die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- b) Man zeige $f'(x) = \frac{1}{x^3}(1 - 2 \ln x)$ für alle $x \in]0, \infty[$ und bestimme das Monotonieverhalten sowie Lage und Art des Extremums von f .
- c) Man berechne $\int_1^\infty f(x)dx$.

Aufgabe 56. Bei der Korngrößenanalyse eines Pulvers mit dem maximal auftretenden Korndurchmesser x_{max} werde der Siebdurchgang durch eine *Potenzverteilung* der Form,

$$f :]0, x_{max}] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{m}{x_{max}} \left(\frac{x}{x_{max}} \right)^{m-1}$$

mit einem Parameter $m > 0$ beschrieben. Der Inhalt der vom Graphen G_f und der x -Achse zwischen den Punkten x_1 und x_2 eingeschlossenen Fläche gibt nun den Anteil des Pulvers an, bei dem der Korndurchmesser zwischen x_1 und x_2 liegt.

- a) Man bestimme den Anteil des Pulvers mit einem Korndurchmesser zwischen $\frac{1}{2}x_{max}$ und x_{max} .
- b) Für ein $0 < x_0 < x_{max}$ bestimme man den Anteil des Pulvers, dessen Korndurchmesser genau x_0 beträgt.
- c) Man bestätige $\int_0^{x_{max}} f(x)dx = 1$ und interpretiere dieses Ergebnis (d.h. warum ist das bestimmte Integral gleich 1 und nicht gleich 2 oder $1/2$?).

Aufgabe 57. Es bezeichne $C(t)$ den Blutspiegel für einen hydrophilen Arzneistoff zum Zeitpunkt t nach der Applikation. In der Biopharmazie spielt dabei die *absolute Bioverfügbarkeit* eine wichtige Rolle; diese entspricht dem Inhalt der Fläche unter der Blutspiegelkurve G_C , also dem uneigentlichen Integral $\int_0^\infty C(t)dt$.

- a) Bei der intravenösen Arzneistoffinjektion wird der Blutspiegel verlauf durch die Funktion $C : \mathbb{R}^{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$, $C(t) = C_0 e^{-k_e t}$, mit der *Eliminationsgeschwindigkeitskonstante* k_e beschrieben. Man bestimme die absolute Bioverfügbarkeit.
- b) Bei der peroralen Applikation muß der Arzneistoff erst in das Blut anfluten, wobei sich die Geschwindigkeit dieses Prozesses in der *Resorptionsgeschwindigkeitskonstante* k_a (mit $k_a \neq k_e$) niederschlägt. Der Blutspiegelverlauf wird nun durch die Funktion,

$$C : \mathbb{R}^{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}, C(t) = C_0 \frac{k_a}{k_a - k_e} (e^{-k_e t} - e^{-k_a t})$$

beschrieben. Man bestimme wieder die absolute Bioverfügbarkeit.

- c) Man vergleiche die absolute Bioverfügbarkeit bei der intravenösen und der peroralen Arzneistoffapplikation und formuliere als Ergebnis den *Dostschen Flächensatz*.

Ausgabe am Montag, 25.11.13. und Lösungen am Montag, 02.12.13.

Übungsblätter, Lösungen und Informationen unter: <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~carr>