Übungen zur mathematische und statistische Methoden für Pharmazeuten

Frau Dr. S. Carr

Blatt 5

Aufgabe 29,31,33. Bearbeiten Sie bitte Aufgaben 29, 31 und 33 von Blatt 4.

Aufgabe 34.

a) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2+1} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+1}{x^2+2} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+1}{x^2+3}$$
$$\lim_{x\to-2}\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} \qquad \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$$

b) Ausgelassen

Aufgabe 35. Man bestimme jeweils die Ableitungen der folgenden Polynomfunktionen.

a) $f(r)=\pi r^2$ (Kreisfläche) und $g(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$ (Kugelvolumen)

b) $h(x)=2x^3+5x^2-4x+7$ und $q(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{3}x^2-x-5$

c) $\alpha(t)=tx^2+2tx-3t^2+4$ und $\beta(x)=tx^2+2tx-3t^2+4$

Aufgabe 36. Wird auf Blatt 6 erscheinen.

Aufgabe 37. Man bestimme mit Hilfe der Kettenregel jeweils die Ableitungen der folgenden Funktionen und gebe die Definitionsbereiche von Funktion und Ableitung an.

a) $f(x)=(2x+3)^4$, $g(x)=(2-3x^2)^3$, $h(x)=(x^2-x+1)^5$

b) $f(x)=\sqrt{1+x^2}$, $g(x)=\sqrt{1-x^2}$, $h(x)=x\sqrt{1-x^2}$

c) $f(x)=\ln(x^2)$, $g(x)=(\ln x)^2$, $h(x)=\ln(\ln x)$

Aufgabe 38. Ausgelassen

Aufgabe 39. Zur Berechnung von Grenzwerten von Funktionen können häufig die *Regeln von l'Hôpital* angewendet werden:

- Sind f, g differenzierbare Funktionen mit $\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} g(x) = 0$ oder $= \pm\infty$ ($x_0 \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$), für die $\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existiert, so gilt $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

Man bestimme die folgenden Grenzwerte mit Hilfe der Regeln von l'Hôpital.

$$a)\ \lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{x^2+1}, \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+1}{x^2+2}, \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+1}{x^2+3}$$

$$b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x+1}}, \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{x+1}$$

$$c)\ \lim_{x\to 0} x\ln x, \qquad \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)$$

Aufgabe 40. Ein Wagen wird 20 s lang bewegt, wobei er zum Zeitpunkt t (in s) den Weg

$$s = f(t) = 100 + 3t^2 - \frac{1}{10}t^3$$

zurückgelegt hat.

a) Man bestimme die Geschwindigkeit $v = f'(t)$ und die Beschleunigung $a = f''(t)$ als Funktionen von t.

b) In welchem Zeitraum wird der Wagen beschleunigt ($a > 0$) bzw. abgebremst ($a < 0$)? Wie hoch ist seine mittlere Beschleunigung im Zeitraum $t \in [0, 20]$?

c) Wann ist der Wagen am langsamsten bzw. schnellsten? *Hinweis: man bestimme die Zeitpunkte* $t_{1,2} \in [0, 20]$ *an denen* $v(t)$ *seinen maximalen bzw. minimalen Wert erreicht. Die Geschwindigkeitsfunktion ist quadratisch, also untersuche man die Funktion im Scheitelpunkt und in den Randpunkten.*

d) Man skizziere die Graphen des Weges s, der Geschwindigkeit v und der Beschleunigung a als Funktionen der Zeit t.