

**Klausur zur Mathematik I für gymnasiales Lehramt**

Nachname: ..... Vorname:.....

Matrikelnummer: .....

Geburtsdatum: .....

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

Bitte beachten Sie:

- (a) **Bitte tragen Sie auf jedem Blatt, das Sie abgeben, Ihren Namen ein!**
- (b) Arbeitszeit: 9:30 - 11:00 Uhr.
- (c) Zugelassene Hilfsmittel: Schreibgerät.
- (d) **Schreiben Sie auf gar keinen Fall Lösungsvorschläge zu verschiedenen Aufgaben auf das selbe Blatt!**
- (e) Jede Aufgabe gibt die selbe Punktzahl.
- (f) Bei Bedarf kann zusätzlich Papier angefordert werden.

Viel Erfolg!

# Aufgabenstellung

## Aufgabe 1.

Sei  $\mathcal{K}$  ein archimedischer Körper und  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{K}$ . Zeige die Äquivalenz folgender Aussagen:

- $\forall \epsilon > 0 \exists n \in \mathbb{N}$ , so dass  $\forall k \geq n \ |a_k - a_n| < \epsilon$
- $\forall \epsilon > 0 \exists n \in \mathbb{N}$ , so dass  $\forall k, l \geq n \ |a_k - a_l| < \epsilon$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass die Menge  $\mathbb{Q}$  der Brüche dicht in  $\mathbb{R}$  liegt, d.h. dass es für zwei beliebige reelle Zahlen  $x < y$  immer einen Bruch  $b$  gibt, so dass  $x < b < y$ .

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx .$$

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass die folgende Aussage eine Tautologie ist (d.h. aus logischen Gründen immer wahr)

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$$

**Aufgabe 5.** Zeigen Sie, dass die Relation

$$R \subset (\mathbb{N} \times \mathbb{N}) \times (\mathbb{N} \times \mathbb{N})$$

$$(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$$

eine Äquivalenzrelation ist.