MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. P. Pickl

WiSe 2010/11
05.02.11

Klausur zur Mathematik I für gymnasiales Lehramt

Nachname: .... Vorname:..........................

Matrikelnummer: ....

Geburtsdatum: ....

alte LPO ☐ neue LPO ☐.

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Bitte beachten Sie:

(a) **Bitte tragen Sie auf jedem Blatt, das Sie abgeben, Ihren Namen ein!**

(b) Arbeitszeit: 12:30 - 14:00 Uhr.

(c) Zugelassene Hilfsmittel: Schreibgerät.

(d) **Schreiben Sie auf gar keinen Fall Lösungsvorschläge zu verschiedenen Aufgaben auf das selbe Blatt!**

(e) Jede Aufgabe gibt die selbe Punktzahl.

(f) Bei Bedarf kann zusätzlich Papier angefordert werden.

Viel Erfolg!

Aufgabenstellung

Aufgabe 1.

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \text{ rational} \\ 0 & \text{falls } x \text{ irrational.} \end{cases}$$

Zeigen Sie: f ist für alle $x \in \mathbb{R}$ nicht stetig.

Aufgabe 2. Überprüfen Sie folgende Reihen auf Konvergenz. Beweisen Sie jeweils mit Hilfe der Ihnen aus der Vorlesung bekannten Kriterien, dass die Reihe konvergiert (bzw. nicht konvergiert).

(a) $\sum_{k=3}^{\infty}(k-3)^{1/4}$

(b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5^k}{k!}$

Aufgabe 3. Leiten Sie die Trigonometrischen Formeln

$$\begin{aligned} \sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \\ \cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \\ \cos(x)^2 + \sin(x)^2 &= 1 \end{aligned}$$

her. Zeigen Sie dann, dass

$$\sin(x + \pi/2) = \cos(x)\ .$$

Aufgabe 4. Zeigen Sie: Auf einer abgeschlossenen Teilmenge von $\mathbb{R}$ konvergiert jede Cauchy-Folge.

Aufgabe 5. Wo ist die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x^2) & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

differenzierbar? Was ist die Ableitung von g? Überprüfen Sie an allen Stellen, an denen die Ihnen bekannten Ableitungsregeln nicht anwendbar sind, die Differenzierbarkeit direkt.