

Übungen zur Analysis einer Variablen für gymnasiales Lehramt

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 8

Aufgabe 1. Benutze den in der Vorlesung behandelten Algorithmus zur Berechnung von $\sqrt{3}$ mit dem Taschenrechner. Starte mit $x_1 = 1$ und führe fünf Iterationsschritte aus (bis zu x_6). Wie gross ist der relative Fehler? Gib bitte die Lösung in der Form einer rationalen Zahl an.

Aufgabe 2.

i) Bestimme, falls vorhanden, Infimum und Supremum der folgenden Mengen:

$$M_1 = \left\{ 1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}, M_2 = \{ 2^{-n} : n \in \mathbb{N} \}, M_3 = \{ \sin x : x \in \mathbb{R} \}, M_4 = \left\{ \frac{1}{x} : x \in \mathbb{R}^+ \right\}.$$

ii) Sei T eine Teilmenge von \mathbb{R} . Sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine konvergente, monoton fallende Folge oberer Schranken von T . Sei $x := \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. Zeige, dass $\forall n \ x_n \geq x$ und dass x ist eine obere Schranke von T .

Aufgabe 3. Nullstellen von Polynomen mit ganzzahligen Koeffizienten heißen *algebraische Zahlen*. Die sind abzählbar, denn man zeige: die Menge aller Polynome

$$\left\{ \sum_{k=0}^n a_k x^k \mid n \in \mathbb{N} \cup \{0\}, a_k \in \mathbb{Z} \right\}$$

ist abzählbar.

Abgabe ist Montag 13.12.2010 vor der Vorlesung.