

Übungen zur Analysis einer Variablen für gymnasiales Lehramt

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 7

Wegen der Klausur wird dieses Übungsblatt erst am Mittwoch der 08.12.12 vor der Vorlesung verlangt.

Aufgabe 1. Anstatt der 10 kann man bei der Entwicklung einer reellen Zahl auch jede andere Basis $b \in \mathbb{N}$, $b > 1$ wählen. Man nennt dies allgemein „ b -adische Entwicklung“, für $b = 10$ „Dezimalbruchentwicklung“. Die Menge der Ziffern ist in einer b -adischen Entwicklung jeweils $\{1, 2, \dots, b-1\}$.

Rechne die b -adische Entwicklung der Brüchen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$ in den Basen $b = 2$, $b = 3$ und $b = 10$ aus (sechs Entwicklungen insgesamt).

Aufgabe 2. Zeige, dass die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ gegeben durch $a_1 = \sqrt{2}$ und $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ konvergiert. (Es ist nicht nötig den Limes anzugeben.)

Aufgabe 3. Eine Dezimalbruchentwicklung

$$a_{-k} \dots a_0 a_1 a_2 \dots a_l \dots$$

heißt *periodisch* wenn natürliche Zahlen $r, s \geq 1$ existieren, so dass $a_{n+s} = a_n$ für alle $n \geq r$.
Mann beweise: eine Dezimalbruchentwicklung ist genau dann periodisch, wenn sie eine rationale Zahl darstellt.

Abgabe ist Mittwoch 08.12.2010 vor der Vorlesung.