MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. W. Buchholz

SoSe 2009
Blatt 2

## Übungen zur Vorlesung "Diskrete Strukturen"

### Aufgabe 5

Man beweise:

(a) $(x-y)\cdot\sum_{k=0}^{n} x^{n-k}y^k = x^{n+1}-y^{n+1} \quad (x,y\in\mathbb{R})$

(b) Ist $2^n-1$ eine Primzahl, so ist auch $n$ eine Primzahl.

Hinweis: $2^{l\cdot m} = (2^l)^m$.

### Aufgabe 6

Sei $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ die Folge der Fibonacci-Zahlen, also $F_0=0$, $F_1=1$, $F_{n+2}=F_n+F_{n+1}$.

Man beweise: $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\cdot(a^n-b^n)$, wobei $a := \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ und $b := \frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$.

Hinweis: Man zeige zunächst $a^2=a+1$ und $b^2=b+1$.

### Aufgabe 7

Auf der Menge $\mathbb{N}^{n+1}$ ist die *lexikographische Ordnung* $\sqsubset$ wie folgt definiert:

$(x_0,\ldots,x_n)\sqsubset(y_0,\ldots,y_n) \;:\Leftrightarrow\; \exists k\le n[x_k<y_k \;\&\; \forall i<k(x_i=y_i)]$.

Man beweise: Jede nichtleere Menge $M\subseteq\mathbb{N}^{n+1}$ besitzt ein kleinstes Element bzgl. $\sqsubset$.

Hinweis: Wer Probleme mit dem allgemeinen Fall hat, betrachte (zunächst) den Fall $n=1$.

### Aufgabe 8

Für $a\in\mathbb{N}$ und $2\le b\in\mathbb{N}$ bezeichnet $D(b;a)$ die $b$-adische Darstellung von $a$;
z.B. $D(2;11)=(1,0,1,1)$, $D(2;0)=(\;)$.

(a) Man berechne $D(9;893)$, $D(b;2009)$ für $b=2,8,16$ und $D(b;13466917)$ für $b=2,16$.

(b) Man zeige:

Aus $D(b^{k+1};a)=(c_n,\ldots,c_0)$, $D(b;c_n)=(c_{nm},...,c_{n0})$ und

$c_i=\sum_{j=0}^{k} c_{ij}b^j$ mit $c_{i0},...,c_{ik}<b$ $(i=0,\ldots,n-1)$

folgt $D(b;a)=(c_{nm},\ldots,c_{n0},c_{n-1\,k},\ldots,c_{n-1\,0},\ldots\ldots\ldots,c_{1k},\ldots,c_{10},c_{0k},\ldots,c_{00})$.

**Abgabe:** Dienstag, 5. 5. 2009, 18 Uhr (Übungskasten)