MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. W. Buchholz

SoSe 2009
Blatt 10

Übungen zur Vorlesung "Diskrete Strukturen"

Aufgabe 33

Seien $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph und α, α' zwei Wege in G mit
Länge(α) = Länge(α') = max{Länge(β) : β Weg in G}.

Man zeige:

Es gibt eine Ecke von G, durch die beide Wege α und α' verlaufen.

Hinweis:

Betrachten Sie einen Weg β kleinster Länge, der eine Ecke auf α mit einer Ecke auf α' verbindet.

Aufgabe 34

Sei $G = (V, E)$ ein endlicher Baum mit $|V| \geq 2$.
Für $n \in \mathbb{N}$ bezeichne α_n die Anzahl der Knoten von G vom Grad n.
Man zeige:

(a) $\sum_{n\geq 1} \alpha_n \cdot (2 - n) = 2$.

(b) $\mathrm{grad}_G(A) \leq \alpha_1$ für alle $A \in V$.

Aufgabe 35

Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph und $G^* = (V, E_0)$ ein aufspannender Baum von G.
Für $e \in E$ sei $G^*_e := (V, E_0 \cup \{e\})$.
Sei nun $e \in E \setminus E_0$. Man zeige:

(a) G^*_e besitzt genau einen Kreis und dieser enthält die Kante e.

(b) Ist $e' \in E_0 \cup \{e\}$ eine beliebige Kante des Kreises aus Teil (a),
so ist $(V, (E_0 \cup \{e\}) \setminus \{e'\})$ ein aufspannender Baum von G.

Aufgabe 36

Sei $G = (V, E)$ der wie folgt definierte *Rösselsprunggraph*: Die Knoten sind die Felder eines 8×8-Schachbrettes. Zwei Felder $A, B \in V$ sind genau dann durch eine Kante verbunden, wenn man durch einen direkten Rösselsprung, d.h. durch einen den Schachregeln entsprechenden Zug eines Springers, von Feld A nach Feld B gelangen kann. Mittels des Algorithmus von Moore bestimme man den Abstand jedes Feldes vom linken oberen Feld im Graphen G.

Abgabe: Dienstag, 07. 7. 2009, 12 Uhr (Übungskasten)