MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Prof. Dr. W. Buchholz

SoSe 2009
Blatt 1

Übungen zur Vorlesung "Diskrete Strukturen"

Aufgabe 1

(a) Man beweise durch Induktion nach n: $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i\,(i+2)} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$.

(b) Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei definiert durch: $a_0 := 2$, $a_1 := 1$, $a_{n+2} := a_{n+1} + 2a_n$.

Man beweise: $a_n = 2^n + (-1)^n$.

Aufgabe 2

Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ der Fibonacci-Zahlen ist definiert durch: $a_0 := 0$, $a_1 := 1$, $a_{n+2} := a_n + a_{n+1}$.

Man beweise durch Induktion nach k

$$0 \le k < n \Rightarrow a_n = a_k a_{n-k-1} + a_{k+1} a_{n-k}$$

und folgere hieraus, daß a_n ein Teiler von a_{2n} ist.

Aufgabe 3

Für $x, y \in \mathbb{N}$ sei $x \dot{-} y := \begin{cases} x - y & \text{falls } y \le x \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$, $\overline{sg}(x) := 1 \dot{-} x$, $sg(x) := 1 \dot{-} (1 \dot{-} x)$.

Die Funktionen $r, q : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ seien durch folgende Rekursionsgleichungen definiert:

$r(0, y) := 0$, $r(x{+}1, y) := (r(x, y) + 1) \cdot sg(y \dot{-} (r(x, y) + 1))$,

$q(0, y) := 0$, $q(x{+}1, y) := q(x, y) + \overline{sg}(y \dot{-} (r(x, y) + 1))$.

Man beweise: Für $x, y \in \mathbb{N}$ mit $y > 0$ gilt $r(x, y) < y$ und $y \cdot q(x, y) + r(x, y) = x$.

Aufgabe 4

Für $a_i, b_i, a_{ij} \in \mathbb{R}$ beweise man durch Induktion nach n:

(a) $\sum\limits_{i=0}^{n}(a_i + b_i) = \sum\limits_{i=0}^{n} a_i + \sum\limits_{i=0}^{n} b_i$.

(b) $\sum\limits_{i=0}^{n}\sum\limits_{j=0}^{m} a_{ij} = \sum\limits_{j=0}^{m}\sum\limits_{i=0}^{n} a_{ij}$.

(c) $\sum_{k=0}^{n}(a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_0$.

Abgabe: Dienstag, 28. 4. 2009, 18 Uhr (Übungskasten)