

Tutorien zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnlichen Differentialgleichungen

Prof. Dr. P. Pickl
Blatt 7

Aufgabe 1

Sei U ein offenes Gebiet, f holomorph in $U \setminus \{c\}$. Hat f' in c einen Pol der Ordnung k , so ist $k \geq 2$.

Hinweis: Schreiben Sie die Laurentreihe von f' um c und integrieren Sie f' auf einer geschlossenen Kurve $\gamma \subset U$ um c .

Aufgabe 2

Berechnen Sie mit Hilfe komplexer Integration folgendes Integral in \mathbb{R} :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{-r}^r \frac{x^2}{1+x^4} dx.$$

Hinweis: Erweitern Sie das reelle Integrationsintervall $[-r, r]$ zu einem geschlossenen Integrationsweg in der komplexen Ebene und benutzen Sie den Residuensatz.