

Tutorien zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnlichen Differentialgleichungen

Prof. Dr. P. Pickl
Blatt 6

Aufgabe 1

- a) Entwickeln Sie die Funktion $f(z) = \frac{1}{1-z}$ in eine Potenzreihe um 0 und bestimmen Sie den Konvergenzradius.
- b) Es seien $a, b \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie, dass

$$\frac{1}{a-b} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b^n}{a^{n+1}}$$

für $|b| < |a|$ gilt.

- c) Wir betrachten die Funktion $g : \mathbb{C} \setminus \{3i\} \rightarrow \mathbb{C}$, $g(z) = \frac{1}{z-3i}$. Schreiben Sie die Laurentreihe von $g(z) = \frac{1}{z-3i}$ um 0.

Hinweis: Sie müssen die Fälle $|z| < 3$ und $|z| > 3$ unterscheiden (warum?).

- d) Berechnen Sie mit Hilfe des Residuensatzes das Integral

$$\int_{\partial B_R(0)} \frac{1}{z-3i} dz$$

für $R \neq 3$, wobei $\partial B_R(0)$ die Null in die positive Richtung einmal umkreist.