MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SoSe 2014

Tutorien zu Funktionentheorie, Lebesguetheorie und gewöhnlichen Differentialgleichungen

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 4

Aufgabe 1

Die Potenzreihenentwicklung um den 0 der Exponentialfunktion ist gegeben durch

$$\exp z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}.$$

a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe und berechnen Sie ihre Ableitung.

b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\partial B_R(0)} \frac{\exp z}{z^{15}} \mathrm{d}z.$$

Dabei bezeichnet $\partial B_R(0)$ den positiv orientierten Kreis mit Radius R um 0.

Aufgabe 2

Bemerkung: Für diese Aufgabe benötigen Sie den Identitätssatz, der in der Vorlesung erst am Montag vorgestellt wird.

a) Bestimmen Sie alle holomorphen Funktionen $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, die auf der Strecke $[0, 1]$ identisch Null sind.

b) In Blatt 2 wurde die Exponential als $\exp(z) = \mathrm{e}^{x+\mathrm{i}y} = \mathrm{e}^x(\cos y + \mathrm{i} \sin y)$ definiert. Zeigen Sie, dass tatsächlich $\exp z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ ist.

Hinweis: Benutzen Sie den Identitätssatz und dass $\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ für $x \in \mathbb{R}$ gilt.