MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

WiSe 2013/2014

Probeklausur zur Analysis II

Prof. Dr. P. Pickl

vorgesehene Arbeitszeit: **80 min**

Aufgabe 1: *Stetigkeit* (**10 Punkte**)

Seien $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetige Funktionen sowie $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ das Standardskalarprodukt von $\mathbb{R}^m$.

(a) **6 Punkte**: Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, \quad x \longmapsto \langle f(x), g(x) \rangle$$

stetig ist!

(b) **4 Punkte**: Geben Sie unstetige Funktionen $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ an, für die h trotzdem stetig ist!

Aufgabe 2: *Mehrdimensionale Extremwertbestimmung* (**10 Punkte**)

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema (Lage und Art) der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x, y) \longmapsto (x^2 - y^2)e^{-x^2-y^2}.$$

Aufgabe 3: *Extrema unter Nebenbedingungen* (**10 Punkte**)

Sei $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2/3 = 1\}$. Bestimmen Sie Lage und Art aller lokalen Extrema der Funktion

$$f : A \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^2 + y^4/2$$

und geben Sie die globalen Extremstellen an!

Aufgabe 4: *Vektorfelder und Potentialfunktionen* (**10 Punkte**)

Betrachten Sie für $a \in \mathbb{R}$ die Vektorfelder

$$f_a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = \left((a - x)e^{-x-y}, -xe^{-x-y}\right)^T.$$

(a) **5 Punkte**: Beurteilen und begründen Sie, wann f_a ein Gradientenvektorfeld ist!

(b) **5 Punkte**: Geben Sie für diejenigen Werte von a, für die f_a ein Gradientenvektorfeld ist, eine Potentialfunktion für f_a an, d.h. eine differenzierbare Funktion $V : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f = (\operatorname{grad} V)^T$.