MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

WiSe 2012/2013

Probeklausur II zur Analysis einer Variablen

Prof. Dr. P. Pickl

Aufgabe 1

Sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Cauchyfolge und $(x_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ eine Teilfolge von $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$, die gegen x konvergiert. Zeigen Sie, dass dann auch $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen x konvergiert.

Aufgabe 2

Untersuchen Sie die *Dirichlet-Funktion* $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ auf Stetigkeit:

$$f(x) = \begin{cases} 1 \text{ für } x \in \mathbb{Q} \cap [0,1] \\ 0 \text{ für } x \in [0,1] \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

Aufgabe 3

Beweisen Sie die Gültigkeit des Wurzelkriteriums als Konvergenzkriterium für Reihen. Das Majorantenkriterium dürfen Sie als gegeben voraussetzen.