MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SoSe 2017

Übungen zur Stochastik

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 10

Aufgabe 1

Die Anzahl der Blitzeinschläge in Bayern pro Jahr sei Poisson verteilt. Sie haben die Vermutung, dass der Blitz durchschnittlich fünfmal im Jahr einschlägt und wollen diese Nullhypothese mittels eines zweiseitigen Hypothesentests mit einem Signifikanzniveau von 5% aufgrund der Anzahl der Blitzeinschläge im nächsten Jahr überprüfen. Bestimmen Sie den Ablehnungsbereich von Ihrer Hypothese.

Aufgabe 2

Beim Lotto „6 aus 49" ist der Verdacht aufgetreten, dass die 13 zu häufig gezogen wird. Deshalb werden durch einen Aufsichtsbeamten zusätzliche 4900 Probeziehungen zur Überprüfung des Verdachts durchgeführt. Wie oft muss die 13 mindestens erscheinen, damit die Behauptung $p \leq \frac{1}{49}$ mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von weniger als 5% abgelehnt werden kann?

Aufgabe 3

Saatgut für Erbsen wird in zwei Güteklassen mit unterschiedlicher Keimgarantie angeboten: Von den Erbsen 1. Wahl keimen 90% und von denen 2. Wahl nur 70 %. Ein Großhändler erhält Erbsen-Saatgut, von dem er allerdings nicht weiß, ob es sich um Saatgut 1. oder 2. Wahl handelt. Welche minimale Stichprobenzahl N von Erbsen muss der Großhändler testen um sowohl die Wahrscheinlichkeit f$\tilde{A}\frac{1}{4}$r einen Alpha- als auch die f$\tilde{A}\frac{1}{4}$r einen Beta-Fehler von weniger als 5% zu bekommen.

Hinweis: In den Aufgaben 2 und 3 darf die Binomialverteilung durch die Normalverteilung genähert werden. Die Werte der Normalverteilung sind der Tabelle am Ende dieses Übungsblattes zu entnehmen.

Aufgabe 4

Es wird angenommen, dass die Körpergröße von Menschen eines Geschlechtes normalverteilt ist. Stellen Sie sich vor, Sie messen die Körpergrößen $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ ihrer $n \geq 2$ besten Freunde. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Normalverteilung nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip.

Hinweis: Suchen Sie in Analogie zur Vorlesung das Maximum der Funktion $\rho_x : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(\mu, \sigma) \mapsto \rho_x(\mu, \sigma) := \rho_{x_1}(\mu, \sigma)\rho_{x_2}(\mu, \sigma) \cdots \rho_{x_n}(\mu, \sigma)$.

Abgabe: Montag, 17.7.2017 , 14 Uhr.

Wertetabelle zur Normalverteilung

zσ	Prozent innerhalb	Prozent außerhalb	Bruchteil außerhalb
0,674 490σ	50%	50%	1 / 2
0,994 458σ	68%	32%	1 / 3,125
1σ	68,268 9492%	31,731 0508%	1 / 3,151 4872
1,281 552σ	80%	20%	1 / 5
1,644 854σ	90%	10%	1 / 10
1,959 964σ	95%	5%	1 / 20
2σ	95,449 9736%	4,550 0264%	1 / 21,977 895
2,575 829σ	99%	1%	1 / 100
3σ	99,730 0204%	0,269 9796%	1 / 370,398
3,290 527σ	99,9%	0,1%	1 / 1.000
3,890 592σ	99,99%	0,01%	1 / 10.000
4σ	99,993 666%	0,006 334%	1 / 15.787
4,417 173σ	99,999%	0,001%	1 / 100.000
4,891 638σ	99,9999%	0,0001%	1 / 1.000.000
5σ	99,999 942 6697%	0,000 057 3303%	1 / 1.744.278
5,326 724σ	99,999 99%	0,000 01%	1 / 10.000.000
5,730 729σ	99,999 999%	0,000 001%	1 / 100.000.000
6σ	99,999 999 8027%	0,000 000 1973%	1 / 506.797.346
6,109 410σ	99,999 9999%	0,000 0001%	1 / 1.000.000.000
6,466 951σ	99,999 999 99%	0,000 000 01%	1 / 10.000.000.000
6,806 502σ	99,999 999 999%	0,000 000 001%	1 / 100.000.000.000
7σ	99,999 999 999 7440%	0,000 000 000 256%	1 / 390.682.215.445

Abbildung 1: Erwartete Anteile der Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ innerhalb bzw. außerhalb der Streuintervalle $(\mu - z\sigma, \mu + z\sigma)$.