MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

SoSe 2017

Übungen zur Stochastik

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 2

Aufgabe 1

Eine Münze wird 10-mal geworfen.

(a) Geben Sie die Menge A an, die das Ereignis 'im 3. Wurf Kopf' beschreibt. Wie groß ist P(A)?

(b) Lösen Sie Teilaufgabe (a) erneut für das Ereignis 'zum ersten Mal Kopf im 3. Wurf'.

(c) Wieviele geordnete Münzwurfreihen gibt es, die genau 3 mal Kopf und 7 mal Zahl enthalten? Verallgemeinern Sie das Resultat auf N-maliges Werfen, wobei genau n mal Kopf und $N - n$ mal Zahl vorkommt ($N \geq n \geq 1$).

Aufgabe 2

Sie erfahren von Ihrer Gesprächspartnerin, dass sie Mutter zweier Kinder ist. Auf die Frage, ob mindestens einer der Jungen im Dorf, die im letzten Monat Geburtstag hatten, ihr Sohn sei, antwortet sie: *Ja*. Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass auch das zweite Kind ein Junge ist, $\frac{23}{47}$ beträgt.

Bemerkungen: Wie in Aufgabe 4 auf Blatt 1 gehen wir davon aus, dass es für werdende Eltern genauso wahrscheinlich ist einen Jungen zu bekommen wie ein Mädchen. Außerdem benutzen wir die nicht korrekte Annahme, dass in jedem Monat gleich viele Kinder geboren werden.

Aufgabe 3

N Herren, von denen jeder einen Hut trägt, treffen sich zu einer Stammtischrunde, doch als sie das Lokal wieder verlassen, greift jeder blind einen der Hüte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens einer den richtigen (nämlich seinen eigenen) Hut ergriffen hat?

Bemerkung: Für das Lösen der Aufgabe ist die (in Aufgabe 2 auf Blatt 1 bewiesene) Formel

$$\begin{aligned} P(\bigcup_{j=1}^{n} A_j) &= \sum_{r=1}^{n}(-1)^{r-1} \sum_{1\leq i_1<\ldots<i_r\leq n} P(A_{i_1}\cap\ldots\cap A_{i_r}) \\ &= \sum_{i_1=1}^{n} P(A_{i_1}) - \sum_{i_1=1}^{n-1}\sum_{i_2=i_1+1}^{n} P(A_{i_1}\cap A_{i_2}) + \ldots + (-1)^{n-1}P(A_1\cap\ldots\cap A_n) \end{aligned}$$

hilfreich.

Aufgabe 4

In einer Spielshow stehen drei Tore zur Auswahl. Hinter einem der Tore wartet ein tolles Auto - hinter den beiden anderen jeweils eine Ziege. Nachdem sich der Kandidat für eines der drei Tore entschieden hat, öffnet der Moderator eines der beiden anderen, hinter welchem sich eine Ziege befindet. **Daraufhin bietet er dem Kandidaten an, von seiner ersten Wahl abzulassen und das Tor zu wechseln.** Da der Kandidat ein großer Fan der Show ist und alle Folgen kennt, ist ihm bekannt, dass der Moderator nicht in jeder einzelnen Folge so vorgeht. Er weiß sogar ganz genau, dass der Moderator durchschnittlich folgendermaßen handelt: Liegt der Kandidat (natürlich ohne es selbst zu wissen) mit seiner ersten Wahl richtig, dann öffnet der Moderator in acht von zehn Fällen ein Tor und bietet daraufhin den Wechsel an. Liegt der Kandidat mit der ersten Wahl daneben, so öffnet der Moderator nur in drei von zehn Fällen ein Tor und bietet den Wechsel an. In allen übrigen Fällen, ist das Spiel mit der ersten Wahl des Kandidaten beendet.

(a) Lohnt es sich für den Kandidaten gemäß seiner Erfahrung, das Angebot zu wechseln anzunehmen?

(b) Mit welchen Häufigkeiten müsste der Moderator einen Wechsel anbieten, damit sich für den Kandidaten, dem der Wechsel angeboten wurde, durch einen Wechsel eine Gewinnchance von zwei Dritteln ergeben würde?

(c) Stellen Sie sich die oben geschilderte Situation vor, mit dem Unterschied, dass der Kandidat nichts über das Verhalten des Moderators weiß. Lohnt es sich in diesem Fall (und es ist wohl dieser Fall, der der tatsächlichen Situation in einer Spielshow am ähnlichsten ist) den Wechsel anzunehmen?

Abgabe: Montag, 15.5.2017 , 14 Uhr.