MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN SoSe 2015

Übungen zur Stochastik

Prof. Dr. P. Pickl

Blatt 2

Aufgabe 1

Eine Münze wird 10-mal geworfen.

(a) Geben Sie die Menge A an, die das Ereignis 'im 3. Wurf Kopf' beschreibt. Wie groß ist P(A)?

(b) Dasselbe für das Ereignis 'zum ersten Mal Kopf im 3. Wurf'.

(c) Wieviele geordnete Münzwurfreihen gibt es, die genau 3 mal Kopf und 7 mal Zahl enthalten? Verallgemeinern Sie das Resultat auf N-maliges Werfen, wobei genau n mal Kopf und $N-n$ mal Zahl vorkommt ($N \geq n \geq 1$).

Aufgabe 2

Sie unterhalten sich wieder mit Ihrer Gesprächspartnerin aus Aufgabe 4 vom letzten Blatt.

(a) Auf die Frage, ob mindestens einer der Jungen im Dorf, die im letzten Monat Geburtstag hatten, ihr Sohn sei, antwortet sie: *Ja.* Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass auch das zweite Kind ein Junge ist, $\frac{23}{47}$ beträgt (unter der nicht korrekten Annahme, dass in jedem Monat gleich viele Kinder geboren werden).

(b) Sie fragen, ob mindestens eines ihrer Kinder ein Junge und nicht im Januar geboren ist und sie antwortet: *Ja.* Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass auch das andere Kind ein Junge ist?

Aufgabe 3

N Herren, von denen jeder einen Hut trägt, treffen sich zu einer Stammtischrunde, doch als sie das Lokal wieder verlassen, greift jeder blind einen der Hüte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens einer den richtigen (nämlich seinen eigenen) Hut ergriffen hat?

Bemerkung: Für das Lösen der Aufgabe ist die Formel

$$
\begin{aligned}
P(\bigcup_{j=1}^{n} A_j) &= \sum_{r=1}^{n}(-1)^{r-1} \sum_{1\leq i_1<\ldots<i_r\leq n} P(A_{i_1}\cap\ldots\cap A_{i_r}) \\
&= \sum_{i_1=1}^{n} P(A_{i_1}) - \sum_{1\leq i_1<i_2=2}^{n} P(A_{i_1}\cap A_{i_2}) + \ldots + (-1)^{n-1}P(A_1\cap\ldots\cap A_n)
\end{aligned}
$$

hilfreich. Hierbei handelt es sich um eine Verallgemeinerung der Formel aus Aufgabe 1 vom ersten Übungsblatt.

Aufgabe 4

Sei Ω eine überabzählbare Menge und $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2$ Mengen von Teilmengen von Ω, die folgendermaßen definiert sind:

- $\Omega \supseteq A \in \mathcal{F}_1$ genau dann, wenn A oder A^c abzählbar (endlich oder abzählbar unendlich) ist.
- $\Omega \supseteq A \in \mathcal{F}_2$ genau dann, wenn A oder A^c endlich ist.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{F}_1$ eine σ-Algebra ist.

(b) Ist $\mathcal{F}_2$ eine σ-Algebra?

Abgabe: Dienstag, 5.5.2015 , 16 Uhr.