

$$b_{0,0} = b_{1,1} = b_{1,0} = 1 \quad \text{und}$$

$$b_{n+1,k} = \begin{cases} 1, & \text{wenn } k = 0 \\ b_{n,k-1} + b_{n,k}, & \text{wenn } 1 \leq k \leq n \\ 1, & \text{wenn } k = n + 1. \end{cases}$$

Man zeige durch vollständige Induktion nach n :

$$b_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{für } 0 \leq k \leq n.$$

Aufgabe 5:

Es seien $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$:

- Multiplizieren Sie $(x+y)^2$ und $(x+y)^3$ aus und vergleichen Sie die Koeffizienten von $x^{n-k}y^k$ mit dem Pascal-Dreieck.
- Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Binomische Formel

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k = \binom{n}{0} x^n y^0 + \binom{n}{1} x^{n-1} y^1 + \dots + \binom{n}{n} x^0 y^n.$$

- Beweisen Sie

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

Aufgabe 6:

- Wieviele 0–1 Folgen der Länge n gibt es, die genau m Einsen haben?

Hinweis: Binomische Formel.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit in der Münzwurfreihe von N Würfeln genau k mal Kopf zu haben?