MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

WiSe 2013/14

Übungen zu Mathematik III für Physiker

Prof. Dr. D. Dürr

Blatt 5

Aufgabe 1: Zeigen Sie: $\mathbb{C}$ ist vollständig.

Aufgabe 2: Überprüfen Sie folgenden Funktionen auf komplexe Differenzierbarkeit:

(a) $f(z) = \exp \overline{z}$

(b) $f(z) = (\mathrm{Re} z)^3 (\mathrm{Im} z)^2 + \mathrm{i} (\mathrm{Re} z)^2 (\mathrm{Im} z)^3$

(c) $f(z) = 1/z\,, \quad z \neq 0$

Aufgabe 3: Es sei $f_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f_1(x, y) = y^2 - x^2$ und $z = x + \mathrm{i}y$. Finden Sie eine Funktion $f_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, so dass $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C},\ f(z) := f_1(x, y) + \mathrm{i} f_2(x, y)$ holomorph ist.

Aufgabe 4: Es sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}\,, f(z) := \exp z$.

(a) Sei $\epsilon \in (0, \pi),\ a \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie das Bild $f(Q)$ für

$$Q := \{x + \mathrm{iy} \mid \mathrm{a} - \epsilon \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{a} + \epsilon,\ -\epsilon \leq \mathrm{y} \leq \epsilon\}\,.$$

(b) Berechnen Sie das Verhältnis der Flächen $\lim\limits_{\epsilon \to 0} \frac{|f(Q)|}{|Q|}$. Warum war dieses Ergebnis zu erwarten?

Aufgabe 5: Es sei $f(z) = 1/z\,,\ z \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$. Auf welche Kurven bildet f Kreise mit Mittelpunkt im Nullpunkt, und auf welche bildet sie Nullpunktsgeraden ab? Wie verändert sich der Winkel zwischen zwei Nullpunktsgeraden? Wie verändert sich der Winkel zwischen zwei beliebigen Geraden?

Falls Korrektur erwünscht, geben Sie das Blatt bitte in der Übungsgruppe, zu der Sie angemeldet sind, ab.

Übungsblätter und Informationen unter:
http://www.mathematik.uni-muenchen.de/∼bohmmech/Teaching/MP3WiSe2013/index.php