

Übungen zu Mathematik III für Physiker

Prof. Dr. P. Pickl
Blatt 5

Aufgabe 1:

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\partial B_1(\frac{3}{2})} \frac{e^z}{z(z-1)^3} dz$$

Hinweis: Verwenden Sie die Cauchy-Integralformel der zweiten Ableitung.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Potenzreihe von $f : \mathbb{C} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{C}$ gegeben durch

$$f(z) := \frac{e^z}{z-1}$$

entwickelt um 0.

Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert die Konvergenzreihe?

Aufgabe 3: Sei $f : \mathbb{C} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph.

- (a) Zeigen Sie, dass auch $g : \mathbb{C} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{C}$ gegeben durch $g(z) = \overline{f(\bar{z})}$ holomorph ist.
- (b) Sei $f(z)$ reell für alle reellen $z \in (1, \infty)$. Zeigen Sie: $f(z)$ ist reell für alle reellen $z \in (-\infty, -1)$.

Aufgabe 4:

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe des Identitätssatzes, dass auf \mathbb{C} weder $\sin \bar{z}$ noch $\sin |z|$ holomorph sind.
- (b) Sowohl die Funktion $f(z) = \sin z$ als auch $g(z) = 2 \sin z$ sind holomorph. Außerdem ist $f(z) = g(z)$ für alle $z \in \pi\mathbb{Z}$. Warum widerspricht das nicht dem Identitätssatz?

Abgabe: Montag, 27.11.2017, 10 Uhr.