MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT MÜNCHEN

WiSe 2015/16

Übungen zu Mathematik III für Physiker

Prof. Dr. D. Dürr

Blatt 8

Aufgabe 1: Zeigen Sie: $\mathbb{C}$ ist vollständig.

Aufgabe 2: Überprüfen Sie folgende Funktionen auf komplexe Differenzierbarkeit:

(a) $f(z) = \exp \overline{z}$,

(b) $f(z) = (\operatorname{Re} z)^3 (\operatorname{Im} z)^2 + i(\operatorname{Re} z)^2 (\operatorname{Im} z)^3$,

(c) $f(z) = 1/z\,, \quad z \neq 0$.

Aufgabe 3: Es sei $f_1 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f_1(x,y) = y^2 - x^2$ und $z = x + iy$. Finden Sie eine Funktion $f_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, so dass $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C},\ f(z) := f_1(x,y) + i f_2(x,y)$ holomorph ist!

Aufgabe 4: Es sei $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}\,, f(z) = \exp z$.

(a) Sei $\epsilon \in (0, \pi),\ a \in \mathbb{R}$. Zeichnen Sie das Bild $f(Q)$ für

$$Q := \{x + iy \mid a - \epsilon \leq x \leq a + \epsilon,\ -\epsilon \leq y \leq \epsilon\}\,.$$

(b) Berechnen Sie das Verhältnis der Flächen $\lim\limits_{\epsilon \to 0} \frac{|f(Q)|}{|Q|}$! Warum war dieses Ergebnis zu erwarten?

Aufgabe 5: (*)
Es sei $f(z) = 1/z\,,\ z \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$.

(a) Auf welche Kurven bildet f Kreise mit Mittelpunkt im Nullpunkt ab, und auf welche bildet sie Nullpunktsgeraden ab?

(b) Wie verändert sich der Winkel zwischen zwei Nullpunktsgeraden? Wie verändert sich der Winkel zwischen zwei beliebigen Geraden?

Sternchenaufgabe (*): Falls Sie eine Korrektur dieser Aufgabe wünschen, werfen Sie diese bis Freitag 12:00 h auf einem gesonderten Blatt in den Zettelkasten "Mathematik III für Physiker" im ersten Stockwerk des B-Turms ein! Die korrigierten Aufgaben werden in der folgenden Woche über den Rückgabekasten zurückgegeben.