

Übungen zur Mathematik I für Physiker

Prof. Dr. Dürr

Blatt 12

Falls Korrektur erwünscht, geben Sie das Blatt bitte in Ihrer Übungsgruppe ab.

12.1 Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie: f ist beschränkt, d.h. $\exists C < \infty$, so dass $f(x) < C \forall x \in [a, b]$.

12.2 Berechnen Sie:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{x}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \tan \frac{1}{n}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2) - x}{x^2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(1 + \sqrt{x^2 + 1}) - \ln x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \tan(x) \right]$

12.3 Man zeige, dass die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \end{cases}$$

stetig differenzierbar ist und man skizziere den Graphen. (Die Funktion ist unendlich oft differenzierbar, wie man sich leicht überlegt, wenn man die einmalige Differenzierbarkeit verstanden hat.)

12.4 Nähern Sie die Funktion $f(x) = \sqrt{1+x}$, $x > -1$ durch ihr Taylorpolynom um 0 bis zu der Ordnung, bei der der Fehler im Intervall $[-\frac{1}{10}, +\frac{1}{10}]$ sicher kleiner als $\frac{1}{1000}$ ist, an.