

Grundlagen der Mathematik I – 7. Zentralübungsblatt

1) Die Umkehrabbildung von $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f(x) = \frac{1}{x}$, hat die Abbildungsvorschrift

a) $x \mapsto \frac{1}{f(x)}$

b) $x \mapsto \frac{1}{x}$

c) $x \mapsto x$

d) f ist nicht bijektiv und hat daher keine Umkehrabbildung

2) Es sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung, und es gelte $|M| = 2$ sowie $|N| = 3$. Dann ist ...

a) f surjektiv

b) f nicht surjektiv

c) f injektiv

d) f nicht injektiv

3) Die Funktion $l : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^3$ ist...

a) surjektiv

b) injektiv

c) bijektiv

d) weder surjektiv noch injektiv

4) Finden Sie f^{-1} für die folgende Abbildungen

a) $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2 + 1$

b) $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ $f(x) = \sqrt{x-1}$

c) $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow [2, +\infty[$ $f(x) = x^2 + 2$

d) $f : \mathbb{R} \setminus \{0, 3\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{1}{x}$

5) Finden Sie die Umkehrabbildung von der Bijektion $u : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ $u(x) = \sqrt{1/x}$. Nutzen Sie dafür die Formel $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$.

6) Es seien $h : W \rightarrow X$, $g : X \rightarrow Y$, $f : Y \rightarrow Z$ Abbildungen, und es sei bekannt, dass $f \circ g \circ h$ injektiv ist. Dann ist

a) h injektiv

b) $g \circ h$ injektiv

c) f injektiv

d) $f \circ g$ injektiv

7) Geben Sie ein Beispiel von den Abbildungen $g : X \rightarrow Y$, $f : Y \rightarrow X$, solche dass $f \circ g = \text{id}_X$, aber $f \neq g^{-1}$.

8) Es sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung und $y \in N$. Man erläutere den Unterschied zwischen $f^{-1}(y)$ und $f^{-1}(\{y\})$. Welcher Zusammenhang besteht zwischen beiden Objekten?