Grundlagen der Mathematik I – 10. Zentralübungsblatt

Man kreuze richtig an:

1) Es ist $0! = \dots$

- a) nicht definiert b) 0 c) 1 d) ∞

2) Es seien $n, k \in \mathbb{N}_0$ mit $n \geq k$. Dann gilt $\binom{n}{k} = \dots$

- a) $\frac{n}{k}$ b) $\frac{n!}{k!}$ c) $\frac{n}{k(n-k)}$ d) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ e) $\frac{n!}{(k(n-k))!}$
f) $\frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k)}{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot 1}$ g) $\frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot 1}$

3) Es seien $n, k, j \in \mathbb{N}_0$ mit $n \geq k \geq j$. Dann gilt $\binom{n}{k} \binom{k}{j} = \dots$

- a) $\binom{n}{j} \binom{n-j}{k-j}$ b) $\frac{n!}{j!(n-k)!(k-j)!}$ c) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ d) $\frac{n!}{k!j!}$

Aufgabe:

- Sei $n \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl mit $n \geq 2$. Zeigen Sie

$$\binom{n+1}{2} + \binom{n}{2} = n^2 \quad \text{und} \quad \binom{n+1}{2} - \binom{n}{2} = n$$

- Es sei $n \in \mathbb{N}; x, y \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

$$x^n - y^n = (x - y) \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1}$$

Hinweis:

Es gibt mehrere Möglichkeiten, diese Aufgabe zu bearbeiten: Sie können direkt zeigen, dass $(x-y) \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1} = \sum_{k=1}^n x^{n-k+1} y^{k-1} - \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^k = x^n - y^n$ gilt. Alternativ können Sie die Aufgabe mit Hilfe vollständiger Induktion bearbeiten.