Mathematisches Institut der Universität München | Prof. Dr. D. Rost
Wintersemester 2017/18 | M. Jeblick, S. Aristarhov
Grundlagen der Mathematik I

8. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Injektivität und Surjektivität). Geben Sie durch Zeichnen des Graphen und im Falle d) auch durch Angabe eines Funktionsterms Beispiele für Abbildungen des folgenden Typs an:

a) Eine surjektive, aber nicht injektive Abbildung $[0,1[\; \to [0,2]$.

b) Eine surjektive, aber nicht injektive Abbildung $]0,1[\; \to [0,2]$.

c) Eine injektive, aber nicht surjektive Abbildung $[-1,1] \to\;]0,1[$.

d) Eine bijektive Abbildung $[1,2] \to [2,4]$.

Aufgabe 2 (Abbildungen in unendlichen Mengen). Geben Sie Abbildungen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ und $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ mit den folgenden Eigenschaften an:

a) f ist injektiv, aber nicht surjektiv.

b) g ist surjektiv, aber nicht injektiv.

Aufgabe 3 (Bestimmung einer Umkehrfunktion I). Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \quad f(x,y) = (3x - 4y, 4x - 5y)$$

bijektiv ist, und geben Sie die Umkehrabbildung $f^{-1} : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ explizit an.

Aufgabe 4 (Bestimmung einer Umkehrfunktion II). Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \to \;]-1,1[, \quad f(x) = \frac{x}{1+|x|}$$

bijektiv ist, und bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion.

Dieses Blatt wird in den Tutorien im Zeitraum 13.–15. Dezember 2017 behandelt.