Prof. Dr. D. Rost
M. Jeblick, S. Aristarhov

3. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1. Seien M und N Mengen. Zeigen Sie, dass

$$(M \cup N) \setminus (M \cap N) = (M \setminus N) \cup (N \setminus M).$$

gilt.

Aufgabe 2. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

a) $\forall a, b \in \mathbb{Z} : ((a \text{ und } b \text{ sind gerade}) \Longrightarrow (a + b \text{ und } a \cdot b \text{ sind gerade}))$

b) $\forall a, b \in \mathbb{Z} : (a + b \text{ ist gerade} \Longrightarrow a \cdot b \text{ ist gerade})$

Aufgabe 3.

a) Sei $M := \{-2, 0, 1, 2, 3\}$ und $N := \{x^4, x \in M\}$. Bestimmen Sie die Elemente von N sowie die Elemente der Mengen

$$\{(x, y) \in M \times N | x = y\} \qquad \{(x, y) \in M \times N | x + y > 18\}.$$

b) Es sei $M := \{0\} \cup [1, 2] \subset \mathbb{R}$ und $N := \{-2, -1\} \cup [0, 1] \subset \mathbb{R}$. (Dabei bezeichnet $[a, b]$ die Menge $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$.) Skizzieren Sie die Menge $M \times N$ als Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Aufgabe 4.

a) Geben Sie für die folgenden Mengen M jeweils alle Elemente der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ an:

(i) $M = M_0 := \emptyset$

(ii) $M = M_1 := \{1\}$

(iii) $M = M_2 := \{1, 2\}$

(iv) $M = M_3 := \{1, 2, 3\}$

b) Entwickeln Sie eine Vermutung, wieviele Elemente allgemein die Potenzmenge $\mathcal{P}(M_n)$ der Menge $M_n := \{1, 2, \ldots, n\}$ (mit $n \in \mathbb{N}$) besitzt.

c) Bestimmen Sie die Potenzmengen der Mengen $N_1 = \{\emptyset, \{1\}\}$, $N_2 = \{\{1, 2\}\}$ und $N_1 \cup N_2$.

Dieses Blatt wird in den Tutorien im Zeitraum 8.–10. November 2017 behandelt.