

2. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1.

- a) Betrachten Sie die folgende (wahre) Aussage (*)

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, x, y \geq 0 \quad \text{gilt} \quad [x^2 \leq y^2 \implies x \leq y] \quad (*)$$

und formulieren Sie die Negation dieser Aussage (ohne Verwendung des logischen Zeichens \neg).

- b) Zeigen Sie, dass (*) **ohne** die Einschränkung $x, y \geq 0$ falsch ist.
c) Zeigen Sie die folgende Ungleichung zwischen dem geometrischen und arithmetischen Mittel

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, a, b \geq 0 \quad \text{gilt} \quad \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}.$$

Dabei dürfen (*) sowie Schulkenntnisse (wie z.B. Definition und Eigenschaften der Wurzel, Bruchrechnung, Binomische Formeln, ...) verwendet werden.

Aufgabe 2.

Für eine ganze Zahl $z \in \mathbb{Z}$ betrachten wir die folgenden Aussagen:

$$A(z) : \text{„}z \text{ ist ungerade.“} \quad \text{und} \quad B(z) : \text{„}z^2 \text{ ist ungerade.“}$$

- a) Zeigen Sie durch einen direkten Beweis:

$$\forall z \in \mathbb{Z} : [A(z) \implies B(z)]$$

- b) Zeigen Sie durch einen indirekten Beweis:

$$\forall z \in \mathbb{Z} : [B(z) \implies A(z)]$$

Aufgabe 3.

Im folgenden werden die beiden Aussagen

P : „Für jeden Menschen gibt es eine Sprache, die er versteht.“

Q : „Es gibt eine Sprache, die jeder Mensch versteht.“

betrachtet.

- a) Formalisieren Sie die beiden Aussagen mit Hilfe logischer Verknüpfungen sowie der Abkürzung „ $V(x, y)$: x versteht y “; schreiben Sie dabei M für die Menge aller Menschen und S für die Menge aller Sprachen.
b) Entscheiden Sie, ob die Aussage P hinreichend bzw. notwendig für die Aussage Q ist.
c) Bilden Sie die Negationen $\neg P$ und $\neg Q$ der beiden Aussagen P und Q sprachlich und formal.
d) Entscheiden Sie, ob die Aussage $\neg P$ hinreichend bzw. notwendig für die Aussage $\neg Q$ ist.

Aufgabe 4. Gegeben seien die Mengen $A = \{a, 1, x^2\}$ und $B = \{x, 5, 7\}$ mit $a, x \in \mathbb{R}$. Überprüfen Sie in Abhängigkeit von $a, x \in \mathbb{R}$ die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitswert und begründen Sie jeweils die Entscheidung.

a) $A \subset B$

b) $A = B$

c) $A \cup B = \{1, 5, 7, 9\}$

Dieses Blatt wird in den Tutorien im Zeitraum 2.-3. November 2017 behandelt. **Auf Grund Allerheiligen entfällt nächsten Mittwoch das Tutorium von 16-18 Uhr. Teilnehmende dieses Tutoriums können, falls gewünscht, nächste Woche ein anderes Tutorium ihrer Wahl besuchen.**