

13. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Kombinatorik).

- Vier Touristen wollen in einem Hotel übernachten, in dem noch sieben Zimmer frei sind. Wie viele Belegungsmöglichkeiten gibt es, wenn die Zimmer i) nur als Einzelzimmer, ii) auch als Mehrbettzimmer vergeben werden?
- Für den Hotelier ist es nur von Interesse, welche Zimmer mit wie vielen Touristen belegt sind. Wie viele Möglichkeiten gibt es hierfür jeweils in den Fällen i) und ii)?

Aufgabe 2 (Permutationen). Gegeben seien die beiden Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 1 & 3 & 7 & 8 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 5 & 8 & 3 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

- Man berechne $\sigma \circ \tau$ und $\tau \circ \sigma$ sowie die Inversen σ^{-1} und τ^{-1} .
- Man bestimme Permutationen $\alpha, \beta \in S_8$ mit $\sigma \circ \alpha = \tau$ und $\beta \circ \sigma = \tau$.
- Man stelle σ und τ als Produkte von Zyklen sowie als Produkte von Transpositionen dar.
- Man bestimme $\text{sign}(\sigma)$ und $\text{sign}(\tau)$.

Aufgabe 3 (Fixpunkte von Permutationen). Bestimmen Sie für jedes $k \in \{0, 1, \dots, 5\}$ die Anzahl der Permutationen in S_5 mit genau k Fixpunkten.

Aufgabe 4 (Permutationen). Gegeben seien die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in S_6.$$

- Man berechne $\sigma \circ \tau$ und $\tau \circ \sigma$ sowie die Inversen σ^{-1} und τ^{-1} .
- Man bestimme die Potenzen σ^n und τ^n für alle $n \in \mathbb{N}$.