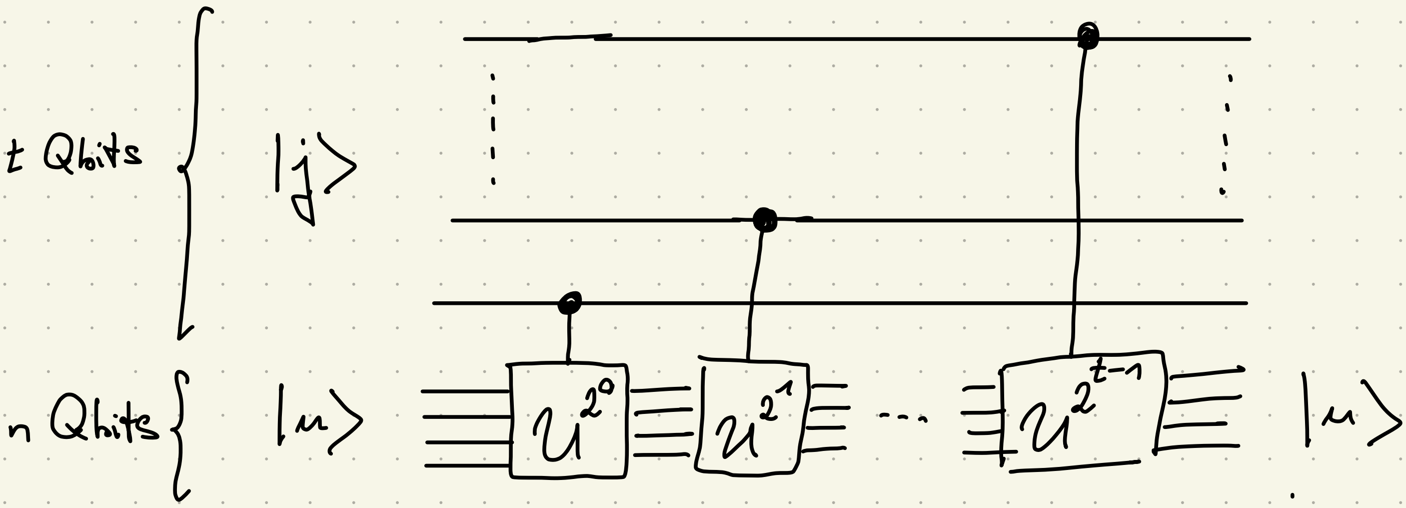
QC Übungsblatt 8 5. 12. 2023

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{U} : {}^q\mathcal{H}^{\otimes n} \longrightarrow {}^q\mathcal{H}^{\otimes n}$ unitär. Zeige, dass der Schaltkreis



den Zustand $|j\rangle^t \otimes |u\rangle$ auf $|j\rangle^t \otimes \mathcal{U}^j |u\rangle$ abbildet.

Aufgabe 2

Sei $H^A = H^B = {}^q\mathcal{H}^{\otimes m}$. Seien

$$\begin{aligned} \oplus : \quad & H^A \otimes H^B \longrightarrow H^B \\ & |a\rangle^m \otimes |b\rangle^m \longmapsto |a \oplus b\rangle := \bigotimes_{j=m-1}^{0} |a_j + b_j \ (\mathrm{mod}\ 2)\rangle \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_\oplus : \quad & H^A \otimes H^B \longrightarrow H^A \otimes H^B \\ & |a\rangle^m \otimes |b\rangle^m \longmapsto |a\rangle^m \otimes |b \oplus a\rangle^m . \end{aligned}$$

Zeige, dass $\mathcal{U}_\oplus$ unitär ist und beschreibe einen Schaltkreis bestehend aus m CNOT-Gattern, der $\mathcal{U}_\oplus$ realisiert.

Aufgabe 3)

Sei $G = \mathbb{Z}/d_1\mathbb{Z} \times \dots \times \mathbb{Z}/d_n\mathbb{Z}$ mit ganzen Zahlen $d_i > 1$. Sei $\hat{G} := \mathrm{Hom}(G, \mathbb{C}^\times)$. Zeige:

a) $G \simeq \hat{G}$ (nicht kanonisch)

b) $\hat{\hat{G}} \simeq G$ (kanonisch)

Aufgabe 4) Implementieren Sie die Quantenfouriertransformation.