Prof. Dr.Werner Bley
Eva Brenner 31.10.2023

3. Übungsblatt Quantencomputing

Aufgabe 1 Sei $f\colon \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{C}$ eine Funktion mit Periode $N \geq 1$. Definiere

$$c(k) := \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-2\pi i k n/N}.$$

Zeigen Sie, dass $c\colon \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{C}$ periodisch ist und beweisen Sie die Formel

$$f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c(k) e^{2\pi i k n/N}.$$

Aufgabe 2 Es sei $H = \mathbb{C}^2$ und

$$\sigma_x := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Seien $|0\rangle$ und $|1\rangle$ normierte Eigenvektoren von σ_z zu den Eigenwerten $\lambda = 1$ bzw. $\lambda = -1$. Sei $|\psi >= \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Mit welchen Wahrscheinlichkeiten werden die Eigenwerte der Observablen σ_x im Zustand $|\psi\rangle$ gemessen?

Aufgabe 3 Wir verwenden weiterhin die Notation aus Aufgabe 2. Dann ist

$$|00\rangle := |0\rangle \otimes |0\rangle, |01\rangle := |0\rangle \otimes |1\rangle, |10\rangle := |1\rangle \otimes |0\rangle, |11\rangle := |1\rangle \otimes |1\rangle$$

eine Basis von $H \otimes H$. Berechne die Messwahrscheinlichkeiten der Observablen $\sigma_z \otimes \sigma_x$ für den Zustand

$$|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle.$$

Aufgabe 4 Wir verwenden die Notation von Aufgabe 3.
a) Berechne die Messwahrscheinlichkeiten der Observablen $\sigma_z \otimes \sigma_z$.
b) Berechne die Messwahrscheinlichkeiten für die folgende Abfolge von Operationen: Messung der Observablen $id \otimes \sigma_z$ gefolgt von Messung der Observablen $\sigma_z \otimes id$.

Zu bearbeiten bis: Mi 09.11.2023