Tate-Sequenzen und Fittingideale von Iwasawamoduln

Cornelius Greither, Universität der Bundeswehr München

Es wird berichtet über ein Gemeinschaftsprojekt mit M. Kurihara, in welchem auch frühere Ergebnisse von Kurihara verallgemeinert werden.

Zu jedem Zahlkörper L gehört seine zyklotomische \mathbf{Z}_p -Erweiterung (wobei p eine fixe Primzahl > 2 ist), und dieser kann man einen Modul X über der Iwasawaalgebra zuordnen. Die charakteristische Reihe dieses Moduls sagt schon viel über ihn aus, sie verrät z.B. seine λ -Invariante. Man interessiert sich schon lange für die äquivariante Situation. Hier ist L/k galoissch (in diesem Vortrag sogar: abelsch), und die charakteristische Reihe wird ersetzt durch eine präzisere Invariante: das Fittingideal von X in der Iwasawaalgebra $\Lambda = \mathbf{Z}_p[[Gal(L_\infty/k)]]$. In gewisser Weise zerfällt die Beschreibung dieses Ideals in zwei Teile: der arithmetische Teil kommt von p-adischen L-Funktionen, und der algebraische Teil ist eine Art interessanter Fehlerterm, der unter anderem beschreibt, wie weit das Ideal von einem Hauptideal entfernt ist.

Mit Hilfe von Tate-Sequenzen kann man unter gewissen Voraussetzungen diesen algebraischen Teil ausrechnen. Die Details sind kompliziert; aber ein leicht zu formulierender Befund ist, dass der algebraische Anteil nur von der Galoisgruppe $\operatorname{Gal}(L/k)$ abhängt, im krassen Gegensatz zu den L-Funktionen.