

2. Übungsblatt Modulformen

Aufgabe 1

Zeigen Sie

$$\frac{1}{\tau} + \sum_{d=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\tau-d} + \frac{1}{\tau+d} \right) = \pi \cot(\pi\tau) = \pi i - 2\pi i \sum_{m=0}^{\infty} q^m, \quad q = e^{2\pi i\tau}.$$

(Hinweis: Die erste Formel folgt durch logarithmisches Differenzieren von

$$\sin(\pi\tau) = \pi\tau \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \tau^2/n^2).$$

Die zweite Formel folgt aus

$$\frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} = \cos(z), \quad \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i} = \sin(z).$$

)

Aufgabe 2

Exercise 1.1.7. Die Formel (1.3) in Teilaufgabe c) lautet:

$$\sigma_7(n) = \sigma_3(n) + 120 \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_3(i)\sigma_3(n-i), \quad n \geq 1.$$

(Hinweis zu Teilaufgabe c): Benutzen Sie (ohne Beweis), dass $\dim \mathcal{M}_8(\mathrm{Sl}_2(\mathbb{Z})) = 1$.)

Aufgabe 3

Exercise 1.1.8

Abgabe: Mittwoch, 18.05.2011