



Algebraische Zahlentheorie

Übungsblatt 13

Aufgabe 1

Sei K ein p -adischer Zahlkörper und $V \leq K^\times$ eine Untergruppe von endlichem Index. Zeige: V ist offen und abgeschlossen in K .

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Einheitengruppe in $\mathbb{Q}(\sqrt{d})$ für $d = 6, 7, 29$, indem Sie eine normalisierte Fundamenteleinheit berechnen.

Aufgabe 3

Sei $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$. Finden Sie eine Untergruppe V von \mathcal{O}_K^\times von endlichem Index.

Aufgabe 4

- Berechnen Sie die Klassenzahl von $\mathbb{Q}(\sqrt{10})$.
- Bestimmen Sie die Gesamtheit der ganzzahligen Lösungen $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ von

$$x^2 - 10y^2 = p,$$

für $p = 31$ und $p = 37$.