Blatt 5, Aufgabe 2)

Donnerstag, 4. Juni 2020 15:40

<u>Übung 2)</u> Zu zeigen: L/K endlich galois, $G = Gal(L/K)$

Sei L^+ die additive Gruppe von L, betrachtet als G-Modul (via $\sigma \cdot x := \sigma(x)$)

Dann gilt $H^q(G, L^+) = 0 \ \forall q$

<u>Beweis</u>:

i) $K^{+G} = K^+$ nach Def von $Gal(L/K)$

$\Rightarrow$ K^+ ist G-Modul mit triv. Wirkung

ii) Satz von der Normalbasis $\Rightarrow$ $\exists x \in L$, sodass $\{\sigma x \mid \sigma \in G\}$ eine K-Basis von L bildet.

In anderen Worten $L^+ \cong \bigoplus_{\sigma \in G} \sigma K^+$

$$\sum_{\sigma \in G} a_\sigma \sigma x \;\leftarrow\!\shortmid\; (a_\sigma)_\sigma$$

$\Rightarrow$ L^+ G-induziert $\Rightarrow$ L^+ kohomologisch trivial

$\Rightarrow$ $H^q(G, L^+) = 0 \ \forall q$ $\square$