



Prof. Dr. Werner Bley  
14. Mai 2020

Sommersemester 2017

## Algebraische Zahlentheorie II Übungsblatt 4

### Aufgabe 1

Sei  $p$  eine Primzahl und  $k$  ein imaginär-quadratischer Körper. Sei  $H = k(1)$  der Hilbertsche Klassenkörper. Zeigen Sie, dass es unendlich viele zyklische Erweiterungen  $K/H$  vom Grad  $p$  gibt, so dass  $K/k$  abelsch ist und  $\mathfrak{f}_{K/k} = \mathfrak{q}$  gilt mit einem zerlegten Primideal  $\mathfrak{q}$  von  $\mathcal{O}_k$ .

### Aufgabe 2

Beweisen Sie Übung 2.13 in der Vorlesungsmitschrift von Pascal Stucky.

### Aufgabe 3

Sei  $G$  eine endliche abelsche Gruppe und  $I_G$  das Augmentationsideal.

a) Zeige:  $I_G/I_G^2 \simeq G$ .

b) Zeige allgemeiner für eine beliebige endliche Gruppe:  $I_G/I_G^2 \simeq G^{ab}$ .

### Aufgabe 4

Seien  $A, B$  zwei endlich erzeugte  $G$ -Moduln und  $A$  habe triviale  $G$ -Wirkung. Zeige oder widerlege:

$$(A \otimes_{\mathbb{Z}} B)^G = A^G \otimes_{\mathbb{Z}} B^G.$$

Es ist derzeit keine Abgabe der Übungsblätter geplant. Wir werden Teile des Übungsblattes in der Übung besprechen, zu ausgewählten Aufgaben wird es auch Lösungsvorschläge online geben.