



Prof. Dr. Werner Bley  
30. April 2020

Sommersemester 2017

## Algebraische Zahlentheorie II Übungsblatt 2

### Aufgabe 1

Sei  $k$  ein Zahlkörper und  $\mathfrak{f}$  ein Divisor von  $k$ . Sei  $\rho: \mathcal{O}_k^\times \rightarrow (\mathcal{O}_k/\mathfrak{f})^\times$  die kanonische Abbildung (siehe Übungsblatt 1). Sei  $U \leq (\mathcal{O}_k/\mathfrak{f})^\times$  das Bild von  $\rho$ . Zeigen Sie, dass die Artinabbildung einen Isomorphismus

$$(\mathcal{O}_k/\mathfrak{f})^\times / U \simeq \text{Gal}(k(\mathfrak{f})/k(1))$$

induziert.

### Aufgabe 2

Sei  $k/\mathbb{Q}_p$  eine endliche Körpererweiterung und  $n$  eine natürliche Zahl. Zeige, dass  $(k^\times)^n$  eine offene Untergruppe von  $k^\times$  von endlichem Index ist.

### Aufgabe 3

Bestimme die Anzahl der abelschen Erweiterungen von  $\mathbb{Q}_p$  vom Exponenten  $p$ .

Es ist derzeit keine Abgabe der Übungsblätter geplant. Wir werden Teile des Übungsblattes in der Übung besprechen, zu ausgewählten Aufgaben wird es auch Lösungsvorschläge online geben.